

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### DIVISIBILIDAD

#### MÚLTIPLOS Y DIVISORES

Si la división  $a : b$  es exacta  $\begin{cases} \rightarrow a \text{ es múltiplo de } \dots\dots\dots \\ \rightarrow b \text{ es } \dots\dots\dots \text{ de } a \end{cases}$

EJEMPLO:

$\begin{array}{r} \cdot 24 \quad | \quad 6 \\ \quad \quad | \quad 4 \\ \hline \end{array}$ 
 $\begin{cases} \rightarrow 24 \text{ es } \dots\dots\dots \text{ de } 6. \\ \rightarrow 6 \text{ es } \dots\dots\dots \text{ de } 24. \end{cases}$

- Los múltiplos de 7 son: 7, 14, ..., ..., etc.
- Los divisores de 12 son: 1, 2, ..., ..., y .....

#### CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

- Un número es múltiplo de 2 cuando  
.....  
.....
- Un número es múltiplo de 3 cuando  
.....  
.....
- Un número es múltiplo de 5 cuando  
.....  
.....

#### DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

$\begin{array}{r} 200 \\ 100 \\ 50 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ 200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 5^2 \\ \\ \end{array}$

#### PARA CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS

1. Se descomponen en factores primos.
2. Se toman los factores .....

EJEMPLO: mín.c.m. (15, 20)

$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \quad 20 & 2 \\ & 5 \quad 10 & 2 \\ & 1 \quad 5 \quad 5 & 20 = 2^2 \cdot 5 \\ & & 1 & \text{mín.c.m. (15, 20) = ...} \end{array}$

#### PARA CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS

1. Se descomponen en factores primos.
2. Se toman los factores .....

EJEMPLO: máx.c.d. (18, 24)

$\begin{array}{r|l} 18 & 24 \\ & \\ & 18 = \dots\dots\dots \\ & 24 = \dots\dots\dots \\ & \text{máx.c.d. (18, 24) = ...} \end{array}$

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

**TOMÉMONOS UN REFRESCO**

Después de un largo día visitando una embotelladora, nos merecemos un refresco. Pero, antes, vamos a pensar un poco en lo que hemos visto, en el proceso de embotellado y de empaquetado y en algunos problemas derivados de estas actividades. Son estos:

- 1** La planta produce 1 200 botellas de refresco cada hora. Luego, las empaquetan en cajas de distintos tamaños. ¿Cuántas cajas de cada tipo necesitan para empaquetar 1 200 botellas? Completa la tabla:

BOTELLAS	CAJAS DE 4 UNIDADES	CAJAS DE 6 UNIDADES	CAJAS DE 10 UNIDADES	CAJAS DE 12 UNIDADES
1 200				

- 2** Un operario había preparado, para un pedido, 32 cajas de 6 refrescos cada una. El cliente los quiere ahora empaquetados de 12 en 12. ¿Cuántas cajas hay que hacer?

Si el cliente volviese a cambiar de opinión y quisiera cajas con 10 refrescos, ¿podría hacerse con la cantidad inicial de refrescos?

- 3** En la fábrica tienen un pedido de 240 refrescos. ¿Pueden empaquetarlos, sin que sobre ninguno en...

a) ...cajas de 4 unidades?  sí  NO ¿Cuántas?

b) ...cajas de 7 unidades?  sí  NO ¿Cuántas?

c) ...cajas de 12 unidades?  sí  NO ¿Cuántas?

- 4** Han ideado un nuevo refresco de naranja. Antes de lanzarlo, han fabricado solamente 150 litros, y tienen que envasarlos. ¿Pueden hacerlo en botellas de 3 litros para que no les sobre nada?

¿Y de 4 litros?

¿Y de 5 litros?

Nombre y apellidos: .....

**5** Dos carretillas elevadoras transportan las cajas de refrescos desde la cadena de producción hasta los almacenes. Una de ellas, A, recorre el trayecto cada 8 minutos, y la otra, B, lo hace cada 12 minutos. Hemos visto que han coincidido cuando el reloj marcaba las 10 horas y 8 minutos:

a) ¿Cada cuánto tiempo volverán a coincidir? Para que nos resulte más sencillo contestar, hemos escrito los seis primeros múltiplos de 8 y de 12. Hemos rodeado los que son comunes a las dos cantidades y nos hemos fijado en cuál es el menor de ellos, es decir, en el mín.c.m. (8, 12). Prueba a hacerlo tú.

$$\begin{array}{l}
 8 - 16 - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} \\
 12 - 24 - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mín.c.m. (8, 12) = .....} \\ \text{Vuelven a coincidir cada ..... minutos.} \end{array}$$

b) ¿A qué hora volverán a coincidir?

A	10 h 8 min					
A	10 h 20 min					

c) Por cada 6 viajes de la carretilla A, ¿cuántos realizará la carretilla B?

**6** En una mesa han dispuesto 8 refrescos de piña, 12 de limón y 24 de naranja. Quieren empaquetarlos en cajas iguales, lo más grandes que sea posible, sin mezclar los sabores.

Antes de contestar a las preguntas, nos han dado una pista: escribir todos los divisores de 8, de 12 y de 24; rodear los comunes a las tres cantidades y fijarnos en cuál es el mayor, es decir, el máx.c.d. (8, 12, 24).

- Divisores de 8 →
- Divisores de 12 →
- Divisores de 24 →

máx.c.d. (8, 12, 24) = .....

a) ¿Cuántos refrescos pondrán en cada caja?

b) ¿Cuántas cajas se utilizarán para cada sabor?

c) ¿Cuántas cajas iguales serán necesarias?

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### Y AHORA... UN VASO DE LECHE

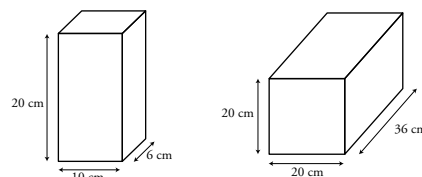
En las afueras de la ciudad han abierto una nueva planta lechera, en la que se llenan los tetrabriks, se empaquetan y se distribuyen a las tiendas. La hermana de uno de los profesores de matemáticas trabaja allí y le plantea algunos problemas que tienen para que los alumnos intenten resolverlos.

- 1** Una de las máquinas envasadoras llena 240 envases de 1 litro de leche cada hora. La sección de almacenaje, por cuestión de costes, necesita empaquetarlos en cajas que contengan un número de envases par y menor que 20. Escribe, en la tabla, todas las formas de hacerlo y el número de cajas necesarias, en cada caso, para almacenar los envases producidos en una hora.

ENVASES DE 1 LITRO	2	4						
CAJAS	120	60						

- 2** Acaban de traer otra máquina envasadora, pero los técnicos no saben exactamente cuántos tetrabriks llena a la hora. Solo les han dicho que llena entre 250 y 300, y que la cantidad exacta puede empaquetarse en cajas de 5 envases, y también en cajas de 7 envases y de 20 envases. Ayuda a los técnicos y calcula el número exacto de envases que llena la nueva máquina en una hora.

- 3** Parece que al final han decidido envasar la leche en tetrabriks de 1 litro, cuyas dimensiones son  $10 \times 20 \times 6$  cm, y se agrupan en cajas de 36 cm de largo, 20 cm de ancho y 20 cm de alto.



- a) Los mozos del almacén quieren saber cuántos envases caben en una caja. Recuerda que los envases se colocan siempre en la misma posición.
- b) El departamento de logística de la empresa quiere saber si merece la pena que las cajas sean cúbicas. Te piden que colabores en el estudio. ¿Cuántos envases de 1 litro son necesarios para formar un cubo con la menor arista posible?

Nombre y apellidos: .....

- 4** Para un pedido especial, la empresa necesita empaquetar 96 tetrabriks de leche entera y 126 tetrabriks de leche desnatada en cajas de cartón lo más grandes que sea posible, pero sin mezclar los dos tipos de leche.

¿Cuántos tetrabriks deben ponerse en cada caja?

¿Cuántas cajas son necesarias para cada tipo de leche?

- 5** El jefe del almacén quiere fijar los turnos de carga y descarga de los camiones de reparto y nos da la siguiente información: un camión que distribuye la leche emplea 120 minutos en hacer el reparto. Otro camión realiza un recorrido de mayor distancia y tarda 180 minutos. Los dos camiones realizan varios repartos al día.

Si la primera salida para ambos vehículos es a las 8 de la mañana, ¿a qué hora vuelven a coincidir?

- 6** Para los camiones de reparto, la empresa tiene una sección de mecánica. Su responsable, para poder prever las necesidades de neumáticos nuevos, necesita ciertos datos. Nos da la siguiente información: las ruedas delanteras del camión de reparto tienen 390 cm de circunferencia, y las traseras, 400 cm.

a) ¿Cuál es la menor distancia que debe recorrer el camión para que las ruedas delanteras y las traseras giren un número exacto de vueltas?

a) ¿Cuántas vueltas dará cada rueda en ese caso?

- 7** Después del proceso de envasado, empaquetado y distribución, llega la hora de vender la leche en la tienda del barrio. Si 1 litro de leche se vende a 75 céntimos de euro, calcula los litros que se pueden comprar con el menor número exacto de billetes de 5 euros.

**Ficha de trabajo A**

<b>1</b>	BOTELLAS	CAJAS DE 4 UNIDADES	CAJAS DE 6 UNIDADES	CAJAS DE 10 UNIDADES	CAJAS DE 12 UNIDADES
	1 200	300	200	120	100

- 2** 16 cajas.  
No pueden hacerse cajas de 10 refrescos, porque 192 no es múltiplo de 10.
- 3** a) Sí; 60 cajas.  
b) No; porque 7 no es divisor de 240.  
c) Sí; 20 cajas.
- 4** Sí; obtendrán 50 botellas de 3 l.  
No; porque 150 no es múltiplo de 4.  
Sí; obtendrán 30 botellas de 5 l.
- 5** a) Múltiplos de 8: 8 - 16 - 24 - 32 - 40 - 48  
Múltiplos de 12: 12 - 24 - 36 - 48 - 60 - 72 - 84  
mín.c.m. (8, 12) = 24  
b) Volverán a coincidir 24 minutos más tarde, es decir, a las 10 h 32 min.  
c) La carretilla B efectuará 4 viajes.
- 6** Divisores de 8: 8 - 4 - 2 - 1  
Divisores de 12: 12 - 6 - 4 - 3 - 2 - 1  
Divisores de 24: 24 - 12 - 8 - 6 - 4 - 3 - 2 - 1  
máx.c.d. (8, 12, 24) = 4  
a) 4 refrescos  
b) Piña: 2 cajas  
Limón: 3 cajas  
Naranja: 6 cajas  
c) 11 cajas

**Ficha de trabajo B**

<b>1</b>	ENVASES DE 1 LITRO	2	4	6	8	10	12	16	20
	CAJAS	120	60	40	30	24	20	15	12

- 2** 280 envases
- 3** a) 12 tetrabriks  
b) mín.c.m. (6, 10, 20) = 60  
La caja tendrá 60 cm de arista. Se necesitan 180 envases.
- 4** máx.c.d. (96, 126) = 6  
Deben ponerse 6 envases en cada caja.  
Leche entera: 16 cajas  
Leche semidesnatada: 21 cajas
- 5** mín.c.m. (120, 180) = 360  
Vuelven a coincidir dentro de 360 minutos, es decir, dentro de seis horas, a las 14:00 h.
- 6** mín.c.m. (390, 400) = 15 600  
Deberá recorrer 15 600 cm = 156 m  
Ruedas delanteras: 40 vueltas  
Ruedas traseras: 39 vueltas
- 7** mín.c.m. (75, 500) = 1 500  
Se usarán 3 billetes de 5 euros, con los que podremos comprar 20 l de leche.