

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe



Amparo quiere fabricar las cuatro velas que ha diseñado sobre el lienzo, pero aún no se ha decidido sobre alguna de sus dimensiones. Para hacerlo necesita saber su volumen (¿cuánta cera gastará?) y su superficie total (¿cuánto le costará pintarlas?).

1 Escribe la expresión del volumen de los cuatro objetos en función de r o de l . Averigua su valor para $r = 6$ cm y para $l = 10$ cm.

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot r^2 \cdot 20 = \pi \cdot 36 \cdot 20 = 720\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ESFERA}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CUBO}} = l^3 = 10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{PARALELEPÍPEDO}} = 20l^2 = 20 \cdot 10^2 = 2\,000 \text{ cm}^3$$

2 Escribe la expresión de la superficie total de estos cuatro objetos en función de r o de l . Averigua su valor para $r = 6$ cm y para $l = 10$ cm.

$$A_{\text{CILINDRO}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 20 = 2\pi r^2 + 40\pi r = 72\pi + 240\pi = 312\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{ESFERA}} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CUBO}} = 6l^2 = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{PARALELEPÍPEDO}} = 2l^2 + 4l \cdot 20 = 2l^2 + 80l = 200 + 800 = 1\,000 \text{ cm}^2$$

PÁGINA 43

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

1 Opera y simplifica.

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 4x + 2) \cdot [(2x^3 - 3x + 2) - (2x + 1)(x^2 - 2x)] \\ & (5x^2 - 4x + 2) \cdot [(2x^3 - 3x + 2) - (2x + 1)(x^2 - 2x)] = \\ & = (5x^2 - 4x + 2) [(2x^3 - 3x + 2) - (2x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x)] = \\ & = (5x^2 - 4x + 2) [3x^2 - x + 2] = \\ & = 15x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 12x^3 + 4x^2 - 8x + 6x^2 - 2x + 4 = \\ & = 15x^4 - 17x^3 + 20x^2 - 10x + 4 \end{aligned}$$

2 Extrae factor común en $35x^5 - 42x^4 + 14x^3$.

$$35x^5 - 42x^4 + 14x^3 = 7x^3(5x^2 - 6x + 2)$$

3 Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(7x^2 - 3)^2$

b) $(2x + 3x^2)^2$

c) $(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x + \sqrt{2})$

d) $(\sqrt{5}x^2 + 2x)(\sqrt{5}x^2 - 2x)$

a) $(7x^2 - 3)^2 = 49x^4 - 42x^2 + 9$

b) $(2x + 3x^2)^2 = 4x^2 + 12x^3 + 9x^4$

c) $(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x + \sqrt{2}) = 3x^2 - 2$

d) $(\sqrt{5}x^2 + 2x)(\sqrt{5}x^2 - 2x) = 5x^4 - 4x^2$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

4 Expresa en forma de producto:

a) $36x^4 + 60x^3 + 25x^2$

b) $36x^4 - 60x^3 + 25x^2$

c) $144x^4 - x^2$

d) $3x^4 - 4x^2$ (recuerda que $3 = (\sqrt{3})^2$)

e) $3x^4 - \sqrt{24}x^3 + 2x^2$

f) $3x^2 - 5$

a) $(6x^2 + 5x)^2$

b) $(6x^2 - 5x)^2$

c) $(12x^2 + x)(12x^2 - x)$

d) $(\sqrt{3}x^2 + 2x)(\sqrt{3}x^2 - 2x)$

e) $(\sqrt{3}x^2 - \sqrt{2}x)^2$

f) $(\sqrt{3}x + \sqrt{5})(\sqrt{3}x - \sqrt{5})$

PÁGINA 44

1 Efectúa las siguientes divisiones y expresa el resultado así:

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Indica en qué casos la división es exacta y, por tanto, el dividendo se ha factorizado:

a) $(x^5 - 7x^4 + x^3 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

b) $(4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6) : (x^2 + 5x - 3)$

c) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

d) $(45x^5 + 120x^3 + 80x) : (3x^2 + 4)$

a)
$$\begin{array}{r} x^5 - 7x^4 + x^3 \qquad \qquad \qquad - 8 \qquad \qquad \qquad \left| \begin{array}{l} x^2 - 3x + 1 \\ \hline x^3 - 4x^2 - 12x - 32 \end{array} \right. \\ -x^5 + 3x^4 - x^3 \\ \hline -4x^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 12x^3 + 4x^2 \\ \hline -12x^3 + 4x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x^3 - 36x^2 + 12x \\ \hline -32x^2 + 12x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -32x^2 + 12x \\ \hline +32x^2 - 96x + 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -84x + 24 \end{array}$$

$$x^5 - 7x^4 + x^3 = (x^2 - 3x + 1)(x^3 - 4x^2 - 12x - 32) - 84x + 24$$

b)
$$\begin{array}{r} 4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 \qquad \qquad \qquad \left| \begin{array}{l} x^2 + 5x - 3 \\ \hline 4x^3 - 6x + 2 \end{array} \right. \\ -4x^5 - 20x^4 + 12x^3 \\ \hline -6x^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + 30x^2 - 18x \\ \hline 2x^2 + 10x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 - 10x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

La división es exacta.

$$4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 = (x^2 + 5x - 3)(4x^3 - 6x + 2)$$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 6x^4 + 3x^3 \quad - 2x \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + 2 \\ 2x^2 + x - 4/3 \end{array} \right. \\
 \underline{-6x^4 \quad - 4x^2} \\
 3x^3 - 4x^2 \\
 \underline{-3x^3 \quad - 2x} \\
 -4x^2 - 4x \\
 \underline{4x^2 \quad + 8/3} \\
 -4x + 8/3
 \end{array}$$

$$6x^4 + 3x^2 - 2x = (3x^2 + 2)(2x^2 + x - 4/3) - 4x + 8/3$$

$$\begin{array}{r}
 d) \quad 45x^5 + 120x^3 + 80x \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + 4 \\ 15x^3 + 20x \end{array} \right. \\
 \underline{-45x^5 - 60x^3} \\
 60x^3 \\
 \underline{-60x^3 - 80x} \\
 0
 \end{array}$$

La división es exacta.

$$45x^5 + 120x^3 + 80x = (3x^2 + 4)(15x^3 + 20x)$$

PÁGINA 45

2 Aplica la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones:

a) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$

b) $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$

c) $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13) : (x - 4)$

d) $(6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 a) & 5 & 0 & 6 & -11 & 13 \\
 2 & & 10 & 20 & 52 & 82 \\
 \hline
 & 5 & 10 & 26 & 41 & \underline{95}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 5x^3 + 10x^2 + 26x + 41 \\ \text{RESTO: } 95 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 b) & 6 & -3 & 0 & 0 & 2 & 0 \\
 -1 & & -6 & 9 & -9 & 9 & -11 \\
 \hline
 & 6 & -9 & 9 & -9 & 11 & \underline{-11}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11 \\ \text{RESTO: } -11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 c) & 3 & -5 & 7 & -2 & 13 \\
 4 & & 12 & 28 & 140 & 552 \\
 \hline
 & 3 & 7 & 35 & 138 & \underline{565}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 3x^3 + 7x^2 + 35x + 138 \\ \text{RESTO: } 565 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 d) & 6 & 4 & -51 & -3 & -9 \\
 -3 & & -18 & 42 & 27 & -72 \\
 \hline
 & 6 & -14 & -9 & 24 & \underline{-81}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 6x^3 - 14x^2 - 9x + 24 \\ \text{RESTO: } -81 \end{array}$$

- 3** En cada una de las divisiones efectuadas en el ejercicio anterior, expresa el resultado de estas dos formas distintas:

$$P(x) = (x - a) \cdot C(x) + R \qquad \frac{P(x)}{x - a} = C(x) + \frac{R}{x - a}$$

a) $5x^4 + 6x^2 - 11x + 13 = (x - 2)(5x^3 + 10x^2 + 26x + 41) + 95$

$$\frac{5x^4 + 6x^2 - 11x + 13}{x - 2} = 5x^3 + 10x^2 + 26x + 41 + \frac{95}{x - 2}$$

b) $6x^5 - 3x^4 + 2x = (x + 1)(6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11) - 11$

$$\frac{6x^5 - 3x^4 + 2x}{x + 1} = 6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11 - \frac{11}{x + 1}$$

c) $3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13 = (x - 4)(3x^3 + 7x^2 + 35x + 138) + 565$

$$\frac{3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13}{x - 4} = 3x^3 + 7x^2 + 35x + 138 + \frac{565}{x - 4}$$

d) $6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9 = (x + 3)(6x^3 - 14x^2 - 9x + 24) - 81$

$$\frac{6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9}{x + 3} = 6x^3 - 14x^2 - 9x + 24 - \frac{81}{x + 3}$$

PÁGINA 46

- 1** El polinomio $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12$ es divisible por $x - a$ para dos valores enteros de a . Localízalos y da el cociente en ambos casos.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 3 & -2 & -10 & -12 \\ & & 2 & 10 & 16 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 8 & 6 & 0 \end{array}$$

$$a = 2$$

$$\text{COCIENTE: } x^3 + 5x^2 + 8x + 6$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 3 & -2 & -10 & -12 \\ & & -3 & 0 & 6 & 12 \\ \hline & 1 & 0 & -2 & -4 & 0 \end{array}$$

$$a = -3$$

$$\text{COCIENTE: } x^3 - 2x - 4$$

- 2** Comprueba que el polinomio $x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x + 10$ no es divisible por $x - a$ para ningún valor entero de a .

Probaremos con los divisores de 10 que sean negativos. No lo haremos con los positivos porque, al ser todos los coeficientes del polinomio positivos, no conseguiremos, en ningún caso, encontrar un resto cero.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 1 & 7 & 2 & 10 \\ & & -1 & 0 & -7 & 5 \\ \hline & 1 & 0 & 7 & -5 & 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & 1 & 7 & 2 & 10 \\ & & -2 & 2 & -18 & 32 \\ \hline & 1 & -1 & 9 & -16 & 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -5 & 1 & 1 & 7 & 2 & 10 \\ & & -5 & 20 & -135 & 665 \\ \hline & 1 & -4 & 27 & -133 & 675 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -10 & 1 & 1 & 7 & 2 & 10 \\ & & -10 & 90 & -970 & 9680 \\ \hline & 1 & -9 & 97 & -968 & 9690 \end{array}$$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 47

3 Utiliza la regla de Ruffini para hallar $P(a)$ en los siguientes casos:

a) $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2x - 24$, $a = 2$, $a = -5$, $a = 10$

b) $P(x) = 3x^3 - 8x^2 + 3x$, $a = -3$, $a = 1$, $a = 8$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ & & 14 & 28 & 46 & 96 \\ \hline & 7 & 14 & 23 & 48 & \underline{72} \end{array} \quad P(2) = 72$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -5 & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ & & -35 & 175 & -850 & 4240 \\ \hline & 7 & -35 & 170 & -848 & \underline{4216} \end{array} \quad P(-5) = 4216$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 10 & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ & & 70 & 700 & 6950 & 69520 \\ \hline & 7 & 70 & 695 & 6952 & \underline{69496} \end{array} \quad P(10) = 69496$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -8 & 3 & 0 \\ -3 & & -9 & 51 & -162 \\ \hline & 3 & -17 & 54 & \underline{-162} \end{array} \quad P(-3) = -162$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -8 & 3 & 0 \\ & & 3 & -5 & -2 \\ \hline & 3 & -5 & -2 & \underline{-2} \end{array} \quad P(1) = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 8 & 3 & -8 & 3 & 0 \\ & & 24 & 128 & 1048 \\ \hline & 3 & 16 & 131 & \underline{1048} \end{array} \quad P(8) = 1048$$

PÁGINA 48

Cálculo mental

Di si 0, 1, -1, 2 o -2 son raíces de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 4x$

b) $x^4 - x^3 - 2x^2$

c) $x^3 + x^2 - 25x - 25$

d) $x^5 - 5x^3 + 4x$

a) Son raíces: 0, 2 y -2

b) Son raíces: 0, -1 y 2

c) Son raíces: -1

d) Son raíces: 0, 1, -1, 2 y -2

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 49

1 Factoriza los siguientes polinomios:

a) $3x^2 + 2x - 8$

b) $3x^5 - 48x$

c) $2x^3 + x^2 - 5x + 12$

d) $x^3 - 7x^2 + 8x + 16$

e) $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$

f) $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$

$$a) x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 8 \cdot 3}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} 4/3 \\ -2 \end{cases}$$

$$3x^2 + 2x - 8 = 3\left(x - \frac{4}{3}\right)(x + 2) = (3x - 4)(x + 2)$$

$$b) 3x^5 - 48x = x(3x^4 - 48) = 3x(x^4 - 16) = 3x(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 3x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$$

c) Probamos con los divisores enteros de 12 y no encontramos ningún resto cero.

2	1	-5	12
-3	-6	15	-30
2	-5	10	-18

No podemos factorizar el polinomio $2x^3 + x^2 - 5x + 12$.

1	-7	8	16
4	4	-12	-16
1	-3	-4	0

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$$

$$x^3 - 7x^2 + 8x + 16 = (x - 4)^2(x + 1)$$

e) $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x = x(x^3 + 2x^2 - 23x - 60)$

1	2	-23	-60
5	5	35	60
1	7	12	0

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = \begin{cases} -4 \\ -3 \end{cases}$$

$$x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x = x(x - 5)(x + 4)(x + 3)$$

9	-36	26	4	-3
1	9	-27	-1	3
9	-27	-1	3	0
3	27	0	-3	
9	0	-1	0	

$$9x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$$

$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$$

$$9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3 = (x - 1)(x - 3)(3x + 1)(3x - 1)$$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

3 $P(x) = (x-2)^2x^2$. Busca un polinomio de tercer grado, $Q(x)$, que cumpla las dos condiciones siguientes:

a) máx.c.d. $[P(x), Q(x)] = x^2 - 2x$

b) mín.c.m. $[P(x), Q(x)] = (x-2)^2x^2(x+5)$

$$P(x) = (x-2)^2x^2$$

Si máx.c.d. $[P(x), Q(x)] = x^2 - 2x = x(x-2)$ y

mín.c.m. $[P(x), Q(x)] = (x-2)^2x^2(x+5)$,

debe ser $Q(x) = x(x-2)(x+5)$

4 Di cuáles de los siguientes polinomios son irreducibles. Descompón en factores los que no lo sean.

a) $x^2 - 3x + 2$

b) $x^2 - 5x + 6$

c) $3x^2 + 5x$

d) $3x^2 - 5x - 2$

e) $3x^2 - 5x + 3$

f) $3x^3 - 5x^2 + 3x$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$

$$x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$$

b) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$$

c) $3x^2 + 5x = x(3x+5)$

d) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 2 \\ -1/3 \end{cases}$

$$3x^2 - 5x - 2 = (x-2)(3x+1)$$

e) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-36}}{6}$ No tiene solución.

$3x^2 - 5x + 3$ es irreducible.

f) $3x^3 - 5x^2 + 3x = x(3x^2 - 5x + 3)$

$3x^2 - 5x + 3$ es irreducible (apartado e)).

5 Calcula el máx.c.d. y el mín.c.m. de cada pareja de polinomios:

a) $P(x) = x^2 - 9$, $Q(x) = x^2 - 6x + 9$

b) $P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$, $Q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2$

c) $P(x) = x(x-3)^2(x+5)$, $Q(x) = x^3(x-3)(x^2+x+2)$

a) $P(x) = (x+3)(x-3)$ $Q(x) = (x-3)^2$

máx.c.d. $[P(x), Q(x)] = x-3$

mín.c.m. $[P(x), Q(x)] = (x-3)^2(x+3)$

b) $P(x) = x(x^2 - 7x + 12) = x(x-4)(x-3)$ $Q(x) = x^2(x-4)(x+1)$

máx.c.d. $[P(x), Q(x)] = x(x-4)$

mín.c.m. $[P(x), Q(x)] = x^2(x-4)(x-3)(x+1)$

c) $P(x) = x(x-3)^2(x+5)$ $Q(x) = x^3(x-3)(x^2+x+2)$

máx.c.d. $[P(x), Q(x)] = x(x-3)$

mín.c.m. $[P(x), Q(x)] = x^3(x-3)^2(x+5)(x^2+x+2)$

PÁGINA 51

Cálculo mental

1 Simplifica estas fracciones:

a) $\frac{2x}{x^2 + x}$	b) $\frac{x + 1}{(x + 1)^2}$	c) $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$
d) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$	e) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x}$	f) $\frac{x^3 - 4x^2}{x^3}$
a) $\frac{2}{x + 1}$	b) $\frac{1}{x + 1}$	c) $\frac{1}{x - 1}$
d) $x - 3$	e) $\frac{x - 2}{x - 3}$	f) $\frac{x - 4}{x}$

2 Di si cada par de fracciones son equivalentes o no.

a) $\frac{x - 3}{x^2 - 3x}$ y $\frac{x}{x^2}$	b) $\frac{x}{x - 1}$ y $\frac{x - 1}{x}$	c) $\frac{1}{x - 1}$ y $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$
---	--	--

a) $\frac{x - 3}{x^2 - 3x} = \frac{1}{x} = \frac{x}{x^2} \rightarrow$ Son equivalentes.

b) $\frac{x}{x - 1} \neq \frac{x - 1}{x} \rightarrow x^2 \neq (x - 1)^2$. No son equivalentes.

c) $\frac{1}{x - 1} = \frac{x + 1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x + 1}{x^2 - 1}$. Sí son equivalentes.

1 Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x}$	b) $\frac{(x - 3)^2 x(x + 3)}{(x - 3)x^2(x + 2)}$
c) $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2}$	d) $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24}$

a) $\frac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x} = \frac{2x(x - 3)}{2x(2x^2 - 1)} = \frac{x - 3}{2x^2 - 1}$

b) $\frac{(x - 3)^2 x(x + 3)}{(x - 3)x^2(x + 2)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{x(x + 2)}$

c) $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2} = \frac{(x + 3)(x^2 + 1)}{x^2(x + 3)} = \frac{x^2 + 1}{x^2}$

d) $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24} = \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x^3 - x^2 - 14x + 24} = \frac{x(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 3)(x + 4)} = \frac{x}{x + 4}$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

2 Comprueba si cada par de fracciones son equivalentes:

a) $\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2}$ y $\frac{3x - 3}{3x}$ b) $\frac{(x + 5)^2}{x^3 + 10x^2 + 25x}$ y $\frac{x - 3}{3x - x^2}$

a) $\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2} = \frac{x(x^2 - 1)}{x(x^2 + x)} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x(x + 1)} = \frac{x - 1}{x} = \frac{3x - 3}{3x}$. Son equivalentes.

b) $\frac{(x + 5)^2}{x^3 + 10x^2 + 25x} = \frac{(x + 5)^2}{x(x + 5)^2} = \frac{1}{x} = \frac{x - 3}{x(x - 3)} = \frac{x - 3}{x^2 - 3x} \neq \frac{x - 3}{3x - x^2}$

No son equivalentes.

PÁGINA 52

Cálculo mental

1 Reduce a común denominador:

a) $\frac{3x + 1}{x^2}$ y $\frac{3}{x}$

b) $\frac{5}{x - 1}$ y $\frac{x}{(x + 1)(x - 1)}$

c) $\frac{3}{x + 1}$ y $\frac{2}{x^2 - 1}$

a) $\frac{3x + 1}{x^2}$; $\frac{3x}{x^2}$

b) $\frac{5(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)}$; $\frac{x}{(x - 1)(x + 1)}$

c) $\frac{3(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{3(x - 1)}{x^2 - 1}$; $\frac{2}{x^2 - 1}$

2 Opera.

a) $\frac{3x + 1}{x^2} - \frac{3}{x}$

b) $\frac{3}{x + 1} + \frac{2}{x^2 - 1}$

c) $\frac{2x}{x + 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x}$

d) $\frac{x^2}{x^2 - 25} : \frac{x}{x - 5}$

a) $\frac{1}{x^2}$

b) $\frac{3x - 1}{x^2 - 1}$

c) $2(x - 2)$

d) $\frac{x}{x + 5}$

2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

3 Efectúa las operaciones y simplifica el resultado.

$$\text{a) } \frac{2x+1}{x+3} - \frac{x^2+5}{x^2+3x}$$

$$\text{b) } \frac{3}{x} \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1} \right)$$

$$\text{c) } \frac{5x-10}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2}$$

$$\text{d) } \frac{3x-1}{x} - \frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2x+5}{x-2}$$

$$\text{e) } \frac{2x+1}{2x-1} : \frac{x^2}{4x-2}$$

$$\text{f) } \frac{x^2}{x-1} : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\text{a) } \frac{2x+1}{x+3} - \frac{x^2+5}{x^2+3x} = \frac{(2x+1) \cdot x - (x^2+5)}{x^2+3x} = \frac{2x^2+x-x^2-5}{x^2+3x} = \frac{x^2+x-5}{x^2+3x}$$

$$\text{b) } \frac{3}{x} \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1} \right) = \frac{3}{x} \left(\frac{x(x-1)-x^2}{x^2-1} \right) = \frac{3(x-1-x)}{x^2-1} = \frac{-3}{x^2-1}$$

$$\text{c) } \frac{5x-10}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2} = \frac{5(x-2)(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-2)} = 5(x-3)$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3x-1}{x} - \frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2x+5}{x-2} &= \frac{(3x-1)(x-2) - (x+3) + x(2x+5)}{x(x-2)} = \\ &= \frac{3x^2-7x+2-x-3+2x^2+5x}{x(x-2)} = \frac{5x^2-3x-1}{x(x-2)} \end{aligned}$$

$$\text{e) } \frac{2x+1}{2x-1} : \frac{x^2}{4x-2} = \frac{(2x+1) \cdot 2 \cdot (2x-1)}{x^2(2x-1)} = \frac{2(2x+1)}{x^2}$$

$$\text{f) } \frac{x^2}{x-1} : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right) = \frac{x^2}{x-1} : \left(\frac{x-1-x}{x(x-1)} \right) = \frac{x^3(x-1)}{-(x-1)} = -x^3$$