MODELOS ANÁLISIS (Segunda parte)

1	**Ejercicio 2.** Calcula (a) **[1'5 puntos]** $\displaystyle\int \frac{5x^2 - x - 160}{x^2 - 25}\,dx$. (b) **[1 punto]** $\displaystyle\int (2x-3)\cdot \operatorname{tg}(x^2-3x)\,dx$, siendo tg la función tangente.
2	**Ejercicio 2.** Sea $I = \displaystyle\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$. (a) **[1'25 puntos]** Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 1 + x^2$. (b) **[1'25 puntos]** Calcula el valor de I.
3	**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Calcula $$\int (x^2-1)\,e^{-x}\,dx$$
4	**Ejercicio 2.** Calcula las siguientes integrales: (a) **[0'5 puntos]** $\displaystyle\int \cos(5x+1)\,dx$. (b) **[0'5 puntos]** $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}}\,dx$. (c) **[1'5 puntos]** $\displaystyle\int_0^1 xe^{-3x}\,dx$.
5	**Ejercicio 2.** Considera la integral definida $I = \displaystyle\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}\,dx$. (a) **[1'25 puntos]** Exprésala aplicando el cambio de variables $\sqrt{1+x} - 1 = t$. (b) **[1'25 puntos]** Calcula I.
6	**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Calcula $$\int_{-2}^{0} \frac{1}{x^2+2x-3}\,dx.$$
7	**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Halla la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = 12x - 6$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene de ecuación $4x - y - 7 = 0$.
8	**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{sen} x$ y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisas $x = 0$ y $x = \pi$.
9	**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Halla una función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ tal que su gráfica pase por el punto $M(0,1)$, que la tangente en el punto M sea paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$ y que $f''(x) = 3x^2$.

10	**Ejercicio 2.** Sea f la función definida por $$f(x)=\begin{cases} e^x-1 & \text{si} \quad x\geq 0 \\ xe^{-x^2} & \text{si} \quad x<0 \end{cases}$$ (a) [**1 punto**] Estudia la derivabilidad de f en $x=0$ y, si es posible, calcula la derivada de f en dicho punto. (b) [**1'5 puntos**] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta $x=-1$.
11	**Ejercicio 2.** Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{a}{x} & \text{si} \quad x\leq -1 \\ x^2+1 & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$ (a) [**0'75 puntos**] Halla el valor de a sabiendo que f es continua. (b) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f. (c) [**1'25 puntos**] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas $x+2=0$ y $x-2=0$.
12	**Ejercicio 1.** (a) [**1'5 puntos**] Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=ax^2+b$. Halla los valores de a y b sabiendo que $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,dx=6$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale -12. (b) [**1 punto**] Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=x^2+px+q$. Calcula los valores de p y q sabiendo que la función f tiene un extremo en $x=-6$ y su valor en él es -2.
13	**Ejercicio 2.** Sea $f\colon(0,2)\longrightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $$f(x)=\begin{cases} \text{Ln}\,x & \text{si} \quad 0<x\leq 1 \\ \text{Ln}\,(2-x) & \text{si} \quad 1<x<2 \end{cases}$$ siendo Ln la función logaritmo neperiano. (a) [**1 punto**] Estudia la derivabilidad de f en el punto $x=1$. (b) [**1'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_1^{1'5} f(x)\,dx$.
14	**Ejercicio 2.** Considera la función $f\colon\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2-5x+4$. (a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$. (b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región acotada que está limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de f y por la recta tangente obtenida.
15	**Ejercicio 2.** Considera la función $f\colon\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^{-x/2}$. (a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$. (b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f, la recta de ecuación $x=2$ y la recta tangente obtenida en (**a**).

16

Ejercicio 2. Considera la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.

(a) **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

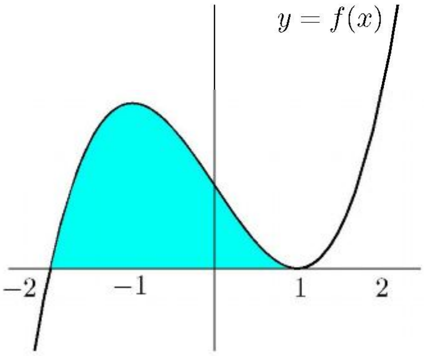
(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

17

Ejercicio 1. Se sabe que la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es la que aparece en el dibujo.

(a) **[1'25 puntos]** Determina f.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula el área de la región sombreada.

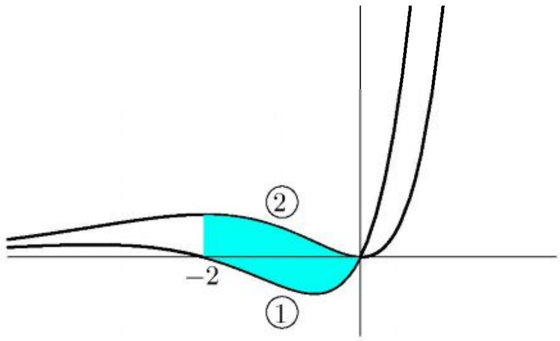


18

Ejercicio 2. Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^x$ y a su función derivada f'.

(a) **[1 punto]** Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f'.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área de la región sombreada.



19

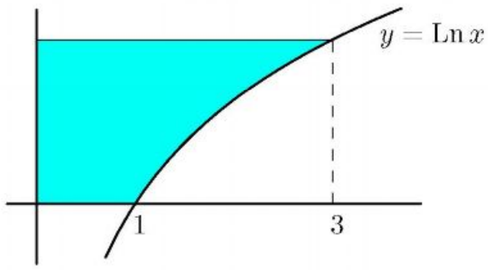
Ejercicio 1. De una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(0) = 2$ y que $f'(x) = 2x$.

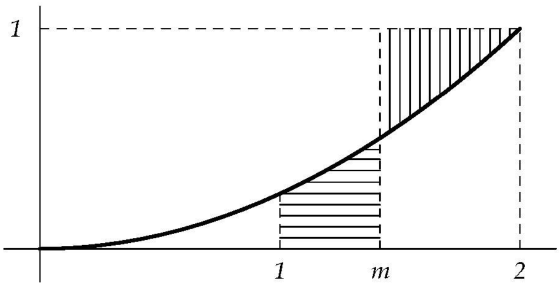
(a) **[1 punto]** Determina f.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones $x = -2$ y $x = 2$.

20

Ejercicio 2. **[2'5 puntos]** Siendo $\mathrm{Ln}\, x$ el logaritmo neperiano de x, halla el área de la superficie sombreada.



21	**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] Sean las funciones f y g : $[0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, dadas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = \lambda\sqrt{x}$, donde λ es un número real positivo fijo. Calcula el valor de λ sabiendo que área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones es $\dfrac{1}{3}$.
22	**Ejercicio 2. Ejercicio 2.** (a) [**0'75 puntos**] Haz un esbozo del recinto limitado por las curvas $y = \dfrac{15}{1+x^2}$ e $y = x^2 - 1$. (b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de dicho recinto.
23	**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] El área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones $y = \dfrac{x^2}{a}$ e $y = \sqrt{ax}$, con $a > 0$, vale 3. Calcula el valor de a.
24	**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene máximo absoluto en el punto de abscisa $x = 1$, que su gráfica pasa por el punto $(1, 4)$ y que $\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = \frac{32}{2}$. Halla a, b y c.
25	**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] En la figura adjunta puedes ver representada en el intervalo $[0, 2]$ la gráfica de la parábola de ecuación $y = x^2/4$. Halla el valor de m para el que las áreas de las superficies rayadas son iguales. 
26	**Ejercicio 1.** Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt[3]{x}$. (a) [**0'5 puntos**] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$. (b) [**0'5 puntos**] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta tangente obtenida. (c) [**1'5 puntos**] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.
27	**Ejercicio 2.** [**2'5 puntos**] Determina el valor positivo de λ para el que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = \lambda x$ es 1.
28	**Ejercicio 1.** [**2'5 puntos**] Sea la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y su recta tangente en el punto de abscisa correspondiente al máximo relativo de la función.
29	**Ejercicio 2.** Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definidas por $$f(x) = 6 - x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \|x\|.$$ (a) [**0'75 puntos**] Dibuja el recinto acotado que está limitado por las gráficas de f y g. (b) [**1'75 puntos**] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.
30	**Ejercicio 1.** [**2'5 puntos**] Sea $\mathrm{Ln}(1 - x^2)$ el logaritmo neperiano de $1 - x^2$ y sea $f : (-1, 1) \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \mathrm{Ln}(1 - x^2)$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.