6 Fracciones y decimales

- Una **fracción** se puede expresar como un **número decimal** dividiendo el numerador entre el denominador.
- Se obtienen tres tipos de números decimales: exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.
  - **Decimal exacto:** tiene un número limitado de cifras decimales.
  - **Decimal periódico puro:** su parte decimal está formada por un grupo de cifras que se repite indefinidamente (período).
  - **Decimal periódico mixto:** su parte decimal está formada por un grupo de cifras que no se repite y por otro que se repite indefinidamente.

20 ***Indica el tipo de decimal que equivale a las fracciones,*** $\frac{9}{4}$, $\frac{41}{30}$ ***y*** $\frac{6}{11}$.

Dividimos el numerador entre el denominador y obtenemos el decimal correspondiente.

$\frac{9}{4} = 2{,}25 \Rightarrow$ *Decimal exacto* $\qquad \frac{6}{11} = 0{,}545454 \Rightarrow$ *Decimal periódico puro*

$\frac{41}{30} = 1{,}36666 \Rightarrow$ *Decimal periódico mixto*

21 Clasifica los siguientes decimales en exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.

a) 2,14141414...

b) 24,6080808...

c) 18,25

d) 0,1677777...

e) 3,9999...

f) 100,3

22 Une con una flecha cada fracción con el decimal al que equivale.

a) $\frac{9}{5}$	I. 3,5
b) $\frac{5}{11}$	II. 1,8
c) $\frac{5}{3}$	III. 0,45
d) $\frac{7}{2}$	IV. $1{,}\widehat{6}$

23 Determina a qué números decimales corresponden las siguientes fracciones e indica el tipo de decimales que son.

a) $\frac{13}{9} =$

b) $\frac{3}{20} =$

c) $\frac{7}{18} =$

d) $\frac{67}{18} =$

7 De decimal a fracción

Cualquier **número decimal** puede expresarse como una **fracción**, denominada **fracción generatriz**:

– **Exacto:** $\dfrac{\text{Número sin coma}}{\text{Unidad seguida de tantos 0 como cifras decimales}}$

– **Periódico puro:** $\dfrac{\text{Número decimal sin coma} - \text{parte entera}}{\text{Tantos 9 como cifras periódicas}}$

– **Periódico mixto:** $\dfrac{\text{Número decimal sin coma} - \text{parte entera y decimal que no se repite}}{\text{Tantos 9 como cifras periódicas y tantos 0 como cifras decimales no periódicas}}$

24 ***Escribe en forma de fracción los números decimales 1,035, $1,\widehat{241}$ y $5,32\widehat{6}$.***

Decimal exacto: $1,035 = \dfrac{1035}{1000} = \boxed{\dfrac{207}{200}}$

Decimal periódico puro: $12,\widehat{41} = \dfrac{1241 - 12}{99} = \boxed{\dfrac{1229}{99}}$

Decimal periódico mixto: $5,32\widehat{6} = \dfrac{5326 - 532}{900} = \dfrac{4794}{900} = \boxed{\dfrac{799}{150}}$

23 Halla la fracción irreducible a la que equivalen los siguientes decimales.

Ejemplo. $12,0\widehat{35}$

Es un decimal periódico mixto. Por tanto, $12,0\widehat{35} = \dfrac{12035 - 120}{990} = \dfrac{11915}{990} = \dfrac{2383}{198}$

a) $1,4\widehat{02} =$

b) $8,305 =$

c) $0,9\widehat{3} =$

d) $6,\widehat{5} =$

26 Une cada fracción con el tipo de decimal que le corresponda. Fíjate, para ello, en la forma que tiene el denominador.

a) $\dfrac{83}{990}$	I. Decimal periódico puro
b) $\dfrac{147}{1000}$	II. Decimal exacto
c) $\dfrac{9}{100}$	
d) $\dfrac{73}{99}$	III. Decimal periódico mixto

8 Números irracionales

Números irracionales son aquellos que tienen una cantidad ilimitada de cifras decimales no periódicas. Ningún número irracional se puede expresar en forma de fracción.

27 ***Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales.***

a) $\frac{4}{33}$ ***c) 1,450707*** ***e) 8,010010001...*** ***g) 3,14151415...***

b) π ***d)*** $\pi - 1$ ***f)*** $\sqrt{2} + 3$

Racionales: $\frac{4}{33}$; *1,450707...; 3,14151415...* *Irracionales:* π; $\pi - 1$; *8,010010001...;* $\sqrt{2} + 3$

28 ¿Cuáles de los siguientes números son irracionales?

a) 16,828282... c) $\sqrt{6} - 2$ e) $\frac{7}{25}$ g) 2,13

b) $\sqrt{4}$ d) 3,121122111222... f) $1 - \sqrt{9}$ h) $\sqrt{15}$

29 Algunos de los números usados en matemáticas tienen nombre de letra, como π. Otro de esos números es $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (su nombre es *fi*). Halla su valor decimal con la calculadora y explica si es o no un número irracional.

30 Explica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

Ejemplo *Un número con 100 cifras decimales no periódicas es irracional.*

Falsa, porque es un decimal exacto y, por tanto, racional.

a) Todos los números expresados mediante raíces cuadradas son irracionales.

.....

.....

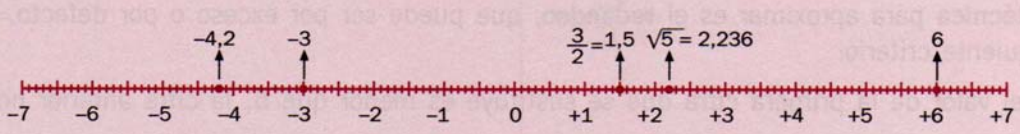
b) Hay números irracionales que se pueden escribir en forma fraccionaria.

.....

.....

9 Números reales: representación y ordenación

- Los números racionales y los irracionales forman el conjunto de los **números reales**.
- Se **representan** en la recta numérica situando sobre ella el valor decimal de cada número real. A partir de ahora, puesto que en ella quedan representados todos los números reales, se habla de **recta real**.



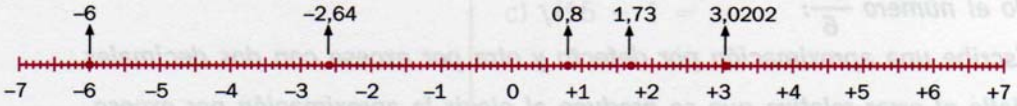
- Los números reales se **ordenan** a partir de su valor decimal comparando las cifras que ocupan las mismas posiciones.

31 ***Representa y ordena de menor a mayor los números*** $\sqrt{3}$, $-\sqrt{7}$, $\frac{4}{5}$, $3,\widehat{02}$ ***y*** -6.

Con la calculadora obtenemos el valor decimal de los números irracionales y de la fracción:

$$\sqrt{3} = 1,73205... \; ; \; -\sqrt{7} = -2,64575... \; ; \; \frac{4}{5} = 0,8$$

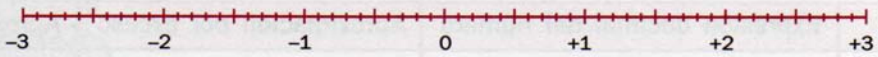
Situamos esos números decimales sobre la recta real:



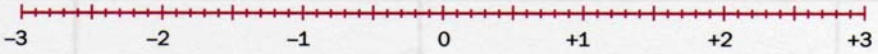
A partir de la representación, son menores los números que están a la izquierda. Por tanto:

$$\boxed{-6 < -\sqrt{7} < \frac{4}{5} < \sqrt{3} < 3,\widehat{02}}$$

32 Representa en la recta real los números reales -3, $\sqrt{5}$, $\frac{8}{9}$, $-\sqrt{2}$ y $\frac{7}{4}$.



33 Ordena de mayor a menor y representa en la recta real los números: $\sqrt{6}$, $-\frac{8}{3}$, $\sqrt{2}$ y 2,1.



10 Aproximaciones y errores

- Para manejar los números irracionales se utilizan las **aproximaciones**:
  - **Por defecto:** se eligen valores inferiores al número.
  - **Por exceso:** se eligen valores superiores al número.
- **Una técnica** para aproximar es el **redondeo**, que puede ser por exceso o por defecto, y se sigue el siguiente criterio:
  - Si el valor de la primera cifra que se sustituye es menor que 5, la cifra anterior no varía.
  - Si el valor de la primera cifra que se sustituye es mayor o igual que 5, la cifra anterior se aumenta en la unidad.
- Al aproximar un número se cometen **errores** que pueden ser de dos tipos:
  - **Error absoluto:** es la diferencia en valor absoluto entre el valor exacto del número y su valor aproximado: $E_a = |\text{ valor exacto} - \text{valor aproximado }|$
  - **Error relativo:** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto:

$$E_r = \frac{E_a}{\text{valor exacto}}$$

34 ***Dado el número*** $\frac{13}{6}$***:***

a) Escribe una aproximación por defecto y otra por exceso con dos decimales.

b) Halla el error relativo que se produce al elegir la aproximación por exceso.

a) $\frac{13}{6} = 2{,}166666... \Rightarrow$ *Aproximación por defecto:* $\boxed{2{,}16}$. *Aproximación por exceso:* $\boxed{2{,}17}$.

b) $E_r = \frac{E_a}{\text{valor exacto}} = \frac{\left|\frac{13}{6} - 2{,}17\right|}{\frac{13}{6}} = \frac{\left|\frac{13}{6} - \frac{217}{100}\right|}{\frac{13}{6}} = \frac{\left|\frac{650 - 651}{300}\right|}{\frac{13}{6}} = \frac{\frac{1}{300}}{\frac{13}{6}} = \frac{6}{3900} = \boxed{0{,}00015}$

35 Completa la siguiente tabla, aproximando los números con cuatro cifras decimales.

Número	Expresión decimal del número	Aproximación por exceso	Aproximación por defecto
$\frac{39}{7}$	5,571428571428...	5,5715	5,5714
$\sqrt{12}$			
$\frac{249}{2000}$			
$\sqrt{5} - 2$			
π			

36 Redondea a las milésimas los siguientes números.

Ejemplo $4 - \sqrt{3} = 2{,}26794...$

Como hay que redondear a la milésima, la primera cifra que se elimina es el 9, que es mayor que 5. Por tanto, a la última cifra (la milésima) se le añade 1. El redondeo es 2,268.

a) $\sqrt{26} =$

b) $\frac{39}{16} =$

c) $\frac{13}{9} =$

d) $\sqrt{32} =$

37 Redondea a las centésimas en cada uno de los casos siguientes. ¿Qué tipo de aproximación se realiza: por exceso o por defecto?

Ejemplo $7 - \sqrt{3} = 5{,}26794...$

El redondeo a la centésima es $5{,}27 > 7 - \sqrt{3} = 5{,}26794$. *Es una aproximación por* ***exceso***.

a) $\sqrt{10} =$

b) $\frac{17}{6} =$

c) $\sqrt{15} - 1 =$

d) $\pi + 5{,}364 =$

38 Tres amigos se quieren repartir 200 gramos de pipas. ¿Cuántos gramos le corresponden a cada uno? Redondea el resultado a dos cifras decimales.

39 Un bono para el cine permite asistir a seis películas y cuesta 32 euros. Si un día normal la entrada cuesta 6,20 euros, ¿cuánto se ahorra en cada sesión comprando el bono?

40 Calcula el error absoluto que se comete al sustituir $\frac{1}{6}$ por 0,17.

41 Halla los errores absoluto y relativo que se cometen cuando $\frac{5}{9}$ se sustituye por 0,6.

42 Redondea $\frac{5}{12}$ a las décimas y a las centésimas. ¿En cuál de los dos casos es menor el error relativo?

43 Yandira ha aproximado el número 1,245 a 1,24, y Javier, a 1,25. ¿Qué error absoluto ha cometido cada uno? ¿Cuál ha realizado la mejor aproximación? Calcula para ello el error relativo y observa cuál es menor.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

1. Números racionales y reales

1 **Simplifica hasta encontrar la fracción irreducible que represente a los siguientes números irracionales.**

a) $\frac{18}{42} =$

b) $\frac{30}{75} =$

2 **Escribe el número decimal correspondiente a estas fracciones e indica de qué tipo es.**

a) $\frac{32}{18} =$

b) $\frac{15}{36} =$

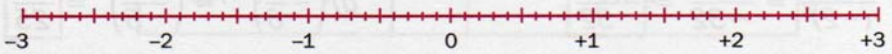
3 **Calcula el valor de las siguientes expresiones.**

a) $\frac{5}{12} - \frac{1}{12} : \left(6 + 4 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)\right) =$

b) $\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5} + \frac{9}{10}\right)\right) =$

4 **Ordena de menor a mayor los siguientes números, representándolos previamente en la recta real.**

$$-\frac{6}{5} \; ; \; \sqrt{8} \; ; \; -5 \; ; \; 3 \; ; \; \frac{1}{3} \; ; \; -\sqrt{17}$$



4 **Redondea $\frac{13}{8}$ a la centésima y calcula los errores absoluto y relativo que se cometen con esa aproximación.**

soluciones

20. $\frac{9}{4}$: exacto. $\frac{6}{11}$: periódico puro

$\frac{41}{30}$: periódico mixto

21. Exactos: c, f. Periódicos puros: a, e

Periódicos mixtos: b, d

22. a-II; b-III; c-IV; d-I

23. a) $1,\widehat{4}$, periódico puro; b) 0,15, exacto
c) $0,3\widehat{8}$, periódico mixto; d) $3,7\widehat{2}$, periódico mixto

24. $1,035 = \frac{207}{200}; 12,\widehat{41} = \frac{1229}{99}; 5,32\widehat{6} = \frac{799}{150}$

25. a) $\frac{467}{333}$ b) $\frac{8305}{1000}$ c) $\frac{14}{15}$ d) $\frac{59}{9}$

26. a-III; b-II; c-II; d-I

27. Racionales: $\frac{4}{33}$; 1,450707...; 3,14151415...

Irracionales: π; $\pi - 1$; 8,010010001...; $\sqrt{2} + 3$

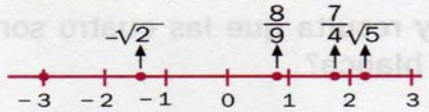
28. c, d, h

29. 1,618033989... Número irracional

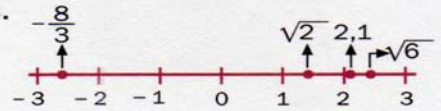
30. a) F b) F

31. Ver solución en la página 15.

32.



33.



34. a) Defecto: 2,15. Exceso. 2,17
b) 0,00015

35.

N.º	Valor	Aprox. exceso	Aprox. defecto
$\frac{39}{7}$	5,571428571428...	5,5715	5,5714
$\sqrt{12}$	3,46410161...	3,465	3,464
$\frac{249}{2\,000}$	0,1245	0,125	0,124
$\sqrt{5-2}$	0,23606797...	0,237	0,236
π	3,14159265...	3,146	3,145

36. a) 5,099 b) 2,438 c) 1,444 d) 5,657

37. a) 3,16, por defecto c) 2,87, por defecto
b) 2,83, por defecto d) 8,51, por exceso

38. 66,67 gramos

39. 0,86 €

40. 0,0033

41. $E_a = 0,0444$; $E_r = 0,074$

42. 0,4; $E_r = 0,2083$ 0,42; $E_r = 0,0793$

43. Yandira: $E_a = 0,005$ y $E_r = 0,00403$

Javier: $E_a = 0,005$ y $E_r = 0,004$

Javier ha realizado mejor aproximación.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

Unidad 1

1. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}$

2. a) $1,\widehat{7}$ b) $0,41\widehat{6}$

3. a) $\frac{127}{312}$ b) $\frac{3}{5}$

4. $-5 < -\sqrt{17} < \frac{-6}{5} < \frac{1}{3} < \sqrt{8} < 3$

5. 1,6; $E_a = 0,005$ y $E_r = 0,00306$