PENDIENTES MATEMÁTICAS CC.SS. I : PRIMERA PARTE (temas: 1,2,3-4,5-6)

1ºBS TEMA 1: NÚMEROS REALES: RESUELVE Y COMPRUEBA

Ejercicio nº 1.-

Indica cuáles de los siguientes números son naturales, enteros, racionales y reales:

$$\frac{23}{13} \qquad \frac{8}{4} \qquad -9 \qquad \sqrt{15} \qquad \sqrt[3]{5} \qquad 2,3 \qquad 2,838383...$$

Solución:

- Naturales: $\frac{8}{4}$
- Enteros: $\frac{8}{4}; \quad -9$
- Racionales: $\frac{23}{13}; \quad \frac{8}{4}; \quad -9; \quad 2,3; \quad 2,838383...$
- Reales: Todos

Ejercicio nº 2.-

Escribe en forma de potencia de exponente fraccionario y simplifica:

a) $\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}$ b) $\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}$

Solución:

a) $\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{4/6} \cdot x^{2/3} = x^{2/3} \cdot x^{2/3} = x^{4/3} = \sqrt[3]{x^4} = x\sqrt[3]{x}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}} = \dfrac{a^{5/3}}{a^{1/2}} = a^{7/6} = \sqrt[6]{a^7} = a\sqrt[6]{a}$

Ejercicio nº 3.-

Halla el valor de *x*, utilizando la definición de logaritmo:

a) $log_x 16 = 4$ b) $log_3 x = 4$

Solución:

a) $log_x 16 = 4 \quad \rightarrow \quad x^4 = 16 \quad \rightarrow \quad x = 2$

b) $log_3 x = 4 \quad \rightarrow \quad 3^4 = x \quad \rightarrow \quad x = 81$

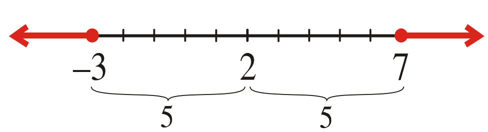
Ejercicio nº 4.-

Escribe en forma de intervalo los valores de *x* que cumplen la siguiente desigualdad:

$$|x - 2| \geq 5$$

Solución:

Son los números de $(-\infty, -3] \cup [7, +\infty)$.



Ejercicio nº 5.-
Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{\dfrac{45}{10}}$ **b)** $\sqrt{98}-2\sqrt{18}$

Solución:

a) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{\dfrac{45}{10}}=\sqrt{\dfrac{18\cdot 45}{10}}=\sqrt{\dfrac{3^2\cdot 2\cdot 3^2\cdot 5}{2\cdot 5}}=\sqrt{3^4}=3^2=9$

b) $\sqrt{98}-2\sqrt{18}=\sqrt{2\cdot 7^2}-2\sqrt{2\cdot 3^2}=7\sqrt{2}-6\sqrt{2}=\sqrt{2}$

Ejercicio nº 6.-
Una vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?

Solución:
10^8 bacterias/cm^3 y 80 mm^3 = $8\cdot 10^{-2}$ cm^3
$120\cdot 8\cdot 10^{-2}=9{,}6$ cm^3 en una caja.
$9{,}6\cdot 10^8$ número de bacterias en una caja.

Ejercicio nº 7.-
Utilizando la calculadora, halla:

a) $\sqrt[5]{16\,807}$ **b)** $\dfrac{3{,}4\cdot 10^{-7}+2{,}8\cdot 10^{-6}}{4{,}2\cdot 10^{-4}}$ **c)** $log_7 390$

Solución:
a) 16 807 **SHIFT** **[$x^{1/y}$]** 5 = 7
Por tanto:
$\sqrt[5]{16\,807}=7$

b) (3.4 **EXP** 7 **+/-** + 2.8 **EXP** 6 **+/-**) ÷ 4.2 **EXP** 4 **+/-** = **7.476190476^{-03}**
Por tanto:
$\dfrac{3{,}4\cdot 10^{-7}+2{,}8\cdot 10^{-6}}{4{,}2\cdot 10^{-4}}=7{,}48\cdot 10^{-3}$

c) ***log*** 390 ÷ *log* 7 = **3.06599292**
Por tanto:
$log_7 390=3{,}07$

Ejercicio nº 8.-
Un automóvil sale de *A* hacia *B* a una velocidad de 90 km/h; y, a la misma hora, sale otro coche de *B* hacia *A* a una velocidad de 100 km/h. Sabiendo que la distancia entre *A* y *B* es de 475 km, ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Solución:
90 + 100 = 190 km/h es la velocidad a la que se acercan el uno al otro.
475 : 190 = 2,5 horas tardarán en encontrarse.
Por tanto, tardarán 2 horas y media (o bien, dos horas y 30 minutos) en encontrarse.

1ºBS TEMA 2. ARITMÉTICA MERCANTIL. RESUELVE Y COMPRUEBA

Ejercicio nº 1.-

En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

Solución:

Dividimos la cantidad final entre la inicial para hallar el índice de variación:

$80 : 200 = 0,4$

Este índice de variación corresponde a una disminución del 60%.

Ejercicio nº 2.-

El precio sin I.V.A. de un determinado medicamento es de 15 euros.

a) Sabiendo que el I.V.A. es del 4%, ¿cuanto costará con I.V.A.?

b) Con receta médica solo pagamos el 40% del precio total. ¿Cuánto nos costaría este medicamento si lo compráramos con receta?

Solución:

a) El índice de variación para un aumento del 4% es de 1,04. Por tanto, el medicamento con I.V.A. costará: $15 \cdot 1,04 = 15,6$ euros

b) Para calcular el 40% multiplicamos por 0,4: $15,6 \cdot 0,4 = 6,24$

El precio con receta sería de 6,24 euros.

Ejercicio nº 3.-

Halla en cuánto se transforman 3 000 euros depositados durante un año al 8% anual si los periodos de capitalización son trimestrales.

Solución:

Como en un año hay 4 trimestres:

$$8\%\ \text{anual} \rightarrow \frac{8}{4} = 2\%\ \text{trimestral}$$

Al cabo de un trimestre tendríamos: $3\,000 \cdot 1,02$ euros

Al cabo de cuatro trimestres (un año) serían: $3\,000 \cdot 1,02^4 = 3\,247,30$ euros

Ejercicio nº 4.-

Calcula la cantidad total que tendremos si pagamos al final de cada año una anualidad de 1 500 euros durante 10 años, al 8% anual.

Solución:

- Como pagamos al final de cada año, los primeros 1 500 euros estarán un total de 9 años y se habrán transformado en:

  $1\,500 \cdot (1,08)^9$ euros
- Los 1 500 euros del 2º año se transformarán, en 8 años, en:

  $1\,500 \cdot (1,08)^8$ euros
- Los 1 500 euros del 10º año son 1 500 euros más.
- En total, al final de los 10 años tendremos: $1\,500 + \dots + 1\,500\,(1,08)^8 + 1\,500 \cdot (1,08)^9$

  Esta es la suma de los diez primeros términos de una progresión geométrica en la que:

  El primer término es $a_1 = 1\,500$.

  El décimo término es $a_{10} = 1\,500 \cdot (1,08)^9$.

  La razón es $r = 1,08$.

  La suma será:

$$S=\frac{1\,500\cdot(1,08)^9\cdot(1,08)-1\,500}{1,08-1}=\frac{1\,500\cdot(1,08)^{10}-1\,500}{0,08}=$$

$$=\frac{1\,500\left[(1,08)^{10}-1\right]}{0,08}=21\,729,84\ \text{euros}$$

Al final de los años 10 años tendremos un total de 21 729,84 euros.

Ejercicio nº 5.-

Nos han concedido un préstamo hipotecario (para comprar un piso) por valor de 80 000 euros. Lo vamos a amortizar en 180 mensualidades con un interés del 5% anual. ¿Cuál es el valor de cada mensualidad que tendremos que pagar?

Solución:

- El capital es $C = 80\,000$ euros.
- El tiempo son $n = 180$ meses.
- El interés del $r = 5\%$ anual $\rightarrow$ $i=\frac{5}{1200}$
- La mensualidad será:

$$m=C\frac{(1+i)^n\cdot i}{(1+i)^n-1}=80\,000\frac{\left(1+\frac{5}{1200}\right)^{180}\cdot\frac{5}{1200}}{\left(1+\frac{5}{1200}\right)^{180}-1}=632{,}63\ \text{euros}$$

- Cada mes tendremos que pagar 632,63 euros.

1ºBS: ÁLGEBRA: TEMA 3 – 4. RESUELVE Y COMPRUEBA

Ejercicio nº 1.-

Factoriza el siguiente polinomio:

$$\boldsymbol{x^4+3x^3-10x^2}$$

Solución:

Sacamos factor común:

$$x^4+3x^3-10x^2=x^2\left(x^2+3x-10\right)$$

Buscamos las raíces de $x^2+3x-10$ resolviendo la ecuación:

$$x^2+3x-10=0\ \rightarrow\ x=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-3\pm7}{2}\begin{cases}x=2\\ x=-5\end{cases}$$

Por tanto:

$$x^4+3x^3-10x^2=x^2(x-2)(x+5)$$

Ejercicio nº 2.-

Simplifica:

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 3x^2}{x^4 - 9x^2}$$

Solución:

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 3x^2}{x^4 - 9x^2} = \frac{x^2\left(x^2 - 2x - 3\right)}{x^2\left(x^2 - 9\right)} = \frac{x^2(x-3)(x+1)}{x^2(x-3)(x+3)} = \frac{x+1}{x+3}$$

Ejercicio nº 3.-

Realiza las siguientes operaciones y simplifica:

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{2x}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2 + x}{x-1}$$

Solución:

$$\left(\frac{3}{x} \cdot \frac{2x}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2 + x}{x-1} = \frac{3(x+1) - 2x^2}{x(x+1)} \cdot \frac{x^2 + x}{x-1} =$$

$$= \frac{3x + 3 - 2x^2}{x(x+1)} \cdot \frac{x(x+1)}{x-1} = \frac{-2x^2 + 3x + 3}{x-1}$$

Ejercicio nº 4.-

Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x^2 - 16}{3} - x = \frac{2 - 3x}{3} - \frac{x^2}{3}$ **b)** $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Solución:

a) $\frac{x^2 - 16}{3} - x = \frac{2 - 3x}{3} - \frac{x^2}{3}$

$$\frac{x^2 - 16}{3} - \frac{3x}{3} = \frac{2 - 3x}{3} - \frac{x^2}{3}$$

$$x^2 - 16 - 3x = 2 - 3x - x^2$$

$$2x^2 - 18 = 0$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}$$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Cambio: $x^2 = z \quad \rightarrow \quad x^4 = z^2$

$z^2 - 5z - 36 = 0$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} z = 9 \quad \rightarrow \quad x = \pm 3 \\ z = -4 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

Dos soluciones: $x_1 = -3,\ \ x_2 = 3$

Ejercicio nº 5.-

Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x + \sqrt{3x+10} = 6$ **b)** $\dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{x+4} = \dfrac{11}{6}$

Solución:

a) $x + \sqrt{3x+10} = 6$

$\sqrt{3x+10} = 6 - x$

$3x + 10 = (6-x)^2$

$3x + 10 = 36 + x^2 - 12x$

$0 = x^2 - 15x + 26$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225-104}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{15 \pm 11}{2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = 13 \\ x = 2 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 13 \quad \rightarrow \quad 13 + \sqrt{49} = 13 + 7 = 20 \neq 6 \quad \rightarrow \quad x = 13$ no vale

$x = 2 \quad \rightarrow \quad 2 + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6 \quad \rightarrow \quad x = 2$ sí vale

Hay una solución: $x = 2$

b) $\dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{x+4} = \dfrac{11}{6}$

$$\frac{18(x+4)}{6x(x+4)} + \frac{12x}{6x(x+4)} = \frac{11x(x+4)}{6x(x+4)}$$

$18x + 72 + 12x = 11x^2 + 44x$

$0 = 11x^2 + 14x - 72$

$$x=\frac{-14\pm\sqrt{196+3168}}{22}=\frac{-14\pm\sqrt{3364}}{22}=\frac{-14\pm 58}{22}\quad\rightarrow\quad\begin{cases}x=2\\ x=\dfrac{-72}{22}=\dfrac{-36}{11}\end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 6.-</u>
Factoriza y resuelve:

$$\boldsymbol{x^4+x^3-9x^2-9x=0}$$

Solución:

Sacamos factor común:

$$x^4+x^3-9x^2-9x=x\left(x^3+x^2-9x-9\right)=0$$

Factorizamos x^3+x^2-9x-9:

$$\begin{array}{r|rrr|r}
 & 1 & 1 & -9 & -9\\
-1 & & -1 & 0 & 9\\
\hline
 & 1 & 0 & -9 & 0\\
3 & & 3 & 9 & \\
\hline
 & 1 & 3 & 0 &
\end{array}$$

$$x^4+x^3-9x^2-9x=x(x+1)(x-3)(x+3)=0\quad\rightarrow\quad\begin{cases}x=0\\ x+1=0\quad\rightarrow\quad x=-1\\ x-3=0\quad\rightarrow\quad x=3\\ x+3=0\quad\rightarrow\quad x=-3\end{cases}$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación son:

$$x_1=0,\quad x_2=-1,\quad x_3=3,\quad x_4=-3$$

<u>Ejercicio nº 7-</u>
En un examen tipo test, que constaba de 40 preguntas, era obligatorio responder a todas. Cada pregunta acertada se valoró con un punto, pero cada fallo restaba medio punto. Sabiendo que la puntuación total que obtuvo Pablo fue de 32,5 puntos, ¿cuántas preguntas acertó?

Solución:
Llamamos x al número de preguntas que acertó.

$$\text{Así:}\quad\left.\begin{array}{l}\text{Acertó}\quad\rightarrow x\\ \text{Falló}\quad\rightarrow\quad 40-x\end{array}\right\}$$

Como cada acierto vale un punto, y cada fallo resta medio punto, la puntuación total fue:

$$x - 0,5(40 - x) = 32,5$$

Resolvemos la ecuación:

$$x - 20 + 0,5x = 32,5$$

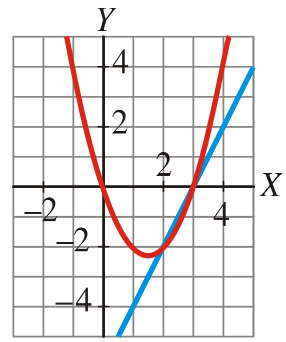
$$1,5x = 52,5$$

$$x = \frac{52,5}{1,5} = 35$$

Por tanto, acertó 35 preguntas.

Ejercicio nº 8.-

Resuelve analítica y gráficamente este sistema:



$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{y = x^2 - 3x} \\ \boldsymbol{y - 2x + 6 = 0} \end{array}\right\}$$

Solución:

• Lo resolvemos analíticamente:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ y - 2x + 6 = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ x^2 - 3x - 2x + 6 = 0; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \end{array}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 3 \rightarrow y = 0 \\ \\ x = 2 \rightarrow y = -2 \end{array}\right.$$

$$\textit{Solución}: \left.\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ y_1 = 0 \end{array}\right\} \text{ y } \left.\begin{array}{l} x_2 = 2 \\ y_2 = -2 \end{array}\right\}$$

• Interpretación gráfica:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ y = 2x - 6 \end{array}\right\} \quad \text{La parábola y la recta se cortan en los puntos } (3, 0) \text{ y } (2, -2)$$

Ejercicio nº 9.-

Halla las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 3} \\ \boldsymbol{x + y = 4} \end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=3\\ x+y=4\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{4-x}=3\\ y=4-x\end{array}\right\} \quad \frac{2(4-x)}{x(4-x)}+\frac{3x}{x(4-x)}=\frac{3x(4-x)}{x(4-x)}$$

$8-2x+3x=12x-3x^2; \quad 3x^2-11x+8=0$

$$x=\frac{11\pm\sqrt{121-96}}{6}=\frac{11\pm\sqrt{25}}{6}=\frac{11\pm 5}{6} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{16}{6}=\dfrac{8}{3} \rightarrow y=\dfrac{4}{3}\\ x=1 \rightarrow y=3\end{array}\right.$$

Hay dos soluciones: $\left.\begin{array}{l}x_1=\dfrac{8}{3}\\ y_1=\dfrac{4}{3}\end{array}\right\}$ y $\left.\begin{array}{l}x_2=1\\ y_2=3\end{array}\right\}$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Un comerciante compró dos artículos por 30 euros y los vendió por 33,9 euros. En la venta del primer artículo obtuvo un 10% de beneficio y en la venta del segundo artículo ganó un 15%. ¿Cuánto le costó cada uno de los artículos?

Solución:

Llamamos x al precio del primer artículo e y al precio del segundo. Así:

$$\left.\begin{array}{l}x+y=30\\ 1{,}1x+1{,}15y=33{,}9\end{array}\right\} \quad \begin{array}{l}y=30-x\\ 1{,}1x+1{,}15(30-x)=33{,}9\end{array}$$

$1{,}1x+34{,}5-1{,}15x=33{,}9; \quad -0{,}05x=-0{,}6; \quad x=12$

$y=30-12=18.$

El primer artículo le costó 12 euros y el segundo, 18.

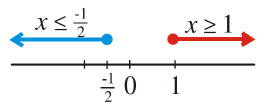
<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{4(x+1)-2\leq 0}\\ \mathbf{2x+4\geq 6}\end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l}4(x+1)-2\leq 0\\ 2x+4\geq 6\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}4x+4-2\leq 0\\ 2x+4\geq 6\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}4x\leq -2\\ 2x\geq 2\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}x\leq \dfrac{-2}{4}\\ x\geq 1\end{array}\right\} \quad \begin{array}{l}x\leq \dfrac{-1}{2}\\ x\geq 1\end{array}$$



Como no hay ninguna solución común a las dos inecuaciones, el sistema no tiene solución.

Ejercicio nº 12.-

Resuelve:

$$\mathbf{3x + 2y \leq 1}$$

Solución:

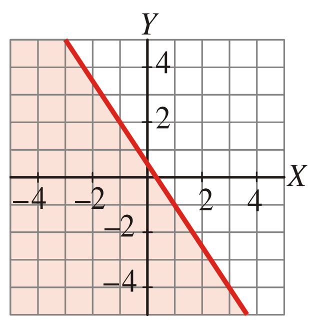
$3x + 2y \leq 1$ es los mismo que $3x + 2y - 1 \leq 0$.

Representamos la recta $3x + 2y - 1 = 0$ $\left(y = \dfrac{-3x+1}{2} \right)$ y vemos que divide el plano en dos mitades.

Tomamos un punto cualquiera, por ejemplo, (0, 0). Vemos que cumple la desigualdad:

$$3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 1$$

Por tanto, las soluciones de la inecuación $3x + 2y \leq 1$ son todos los puntos de la región señalada, incluida la recta:



1ºBS TEMAS 5-6: FUNCIONES ELEMENTALES

Ejercicio nº 1.-**Halla el dominio de definición de las funciones:**

a) $\boldsymbol{y = \dfrac{2+x}{x^2}}$

b) $\boldsymbol{y = \sqrt{3x-1}}$

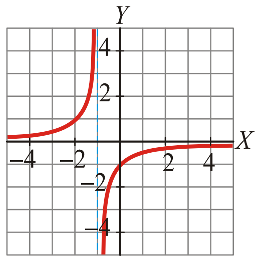
Solución:

a) $x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0\}$

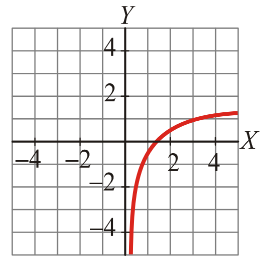
b) $3x - 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad 3x \geq 1 \quad \Rightarrow \quad x \geq \dfrac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \left[\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$

Ejercicio nº 2.- **Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:**

a)



b)



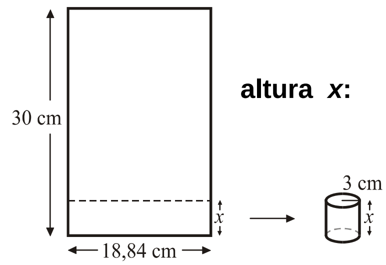
Solución:

a) Dominio $= \mathbf{R} - \{-1\}$

b) Dominio $= (0, +\infty)$

Ejercicio nº 3.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura *x*:



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28{,}26\, x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

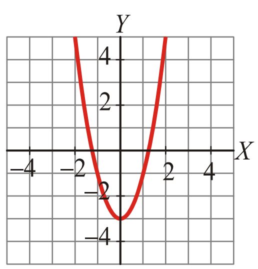
x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio $= (0,\ 30)$.

Ejercicio nº 4.-

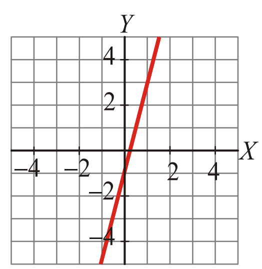
Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

a) $y = \frac{2}{3}x$ **b)** $y = 2x^2 - 3$ **c)** $y = 3{,}5x - 0{,}75$ **d)** $y = -x^2 + 4$

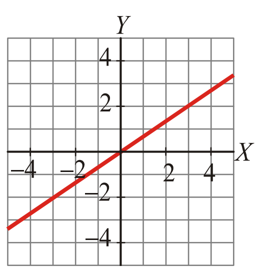
I)



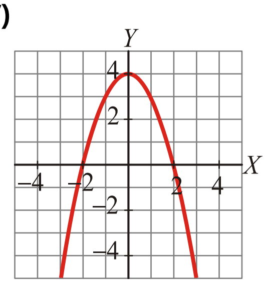
II)



III)



IV)

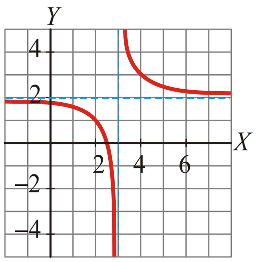


Solución:
a) III b) I c) II d) IV

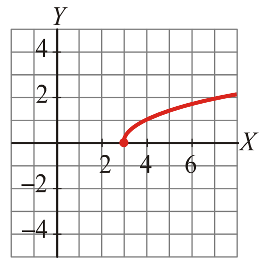
<u>Ejercicio nº 5.-</u>**Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:**

a) $\boldsymbol{y = \frac{1}{x} - 3}$ **b)** $\boldsymbol{y = \sqrt{x-3}}$ **c)** $\boldsymbol{y = \frac{1}{x-3} + 2}$ **d)** $\boldsymbol{y = \sqrt{x+3}}$

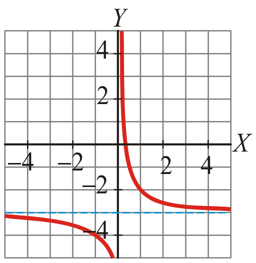
I)



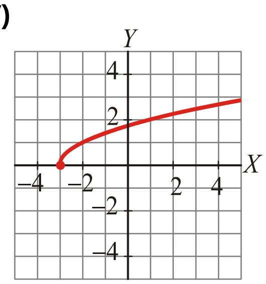
II)



III)



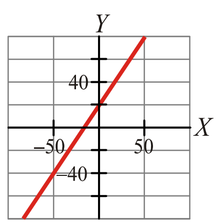
IV)



Solución:

a) III b) II c) I d) IV

<u>Ejercicio nº 6.-</u>**Halla la expresión analítica de la recta cuya gráfica es:**



Solución:

Observamos que la recta pasa por los puntos $(0,\ 20)$ y $(50,\ 80)$. Su pendiente será:

$$m = \frac{80-20}{50-0} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$$

Por tanto, su ecuación es:

$$y = \frac{6}{5}x + 20$$

<u>Ejercicio nº 7.-</u>
Por 14 dólares nos han dado en el banco 14,07 euros. Y por 24 dólares nos habrían dado 24,12 euros. ¿Cuántos euros nos tendrían que dar si entregáramos 16 dólares?

Solución:

Vamos a resolver el problema mediante una interpolación lineal.

Sabemos que $f(14) = 14{,}07$ y que $f(24) = 24{,}12$.
Por tanto:

$$f(x) = 14{,}07 + \frac{24{,}12 - 14{,}07}{24 - 14}(x - 14)$$

$$f(x) = 14{,}07 + 1{,}005(x - 14)$$

$$f(x) = 1{,}005x$$

Luego:

$$f(16) = 16{,}08$$

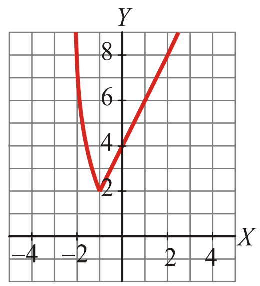
Nos tendrían que dar 16,08 euros.

Ejercicio nº 8.-**Representa la siguiente función:**

$$\boldsymbol{y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}}$$

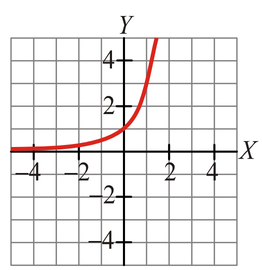
Solución:
Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola.
Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

La gráfica es:



Ejercicio nº 9.-

Esta es la gráfica de la función *y = f (x)*.

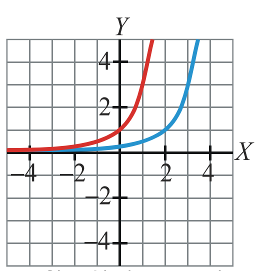


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x - 2)$

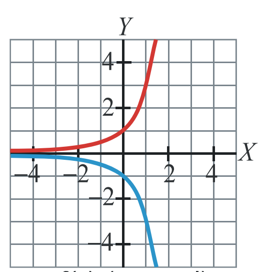
Solución:

a)



y=f(x–2) (en azul)

b)

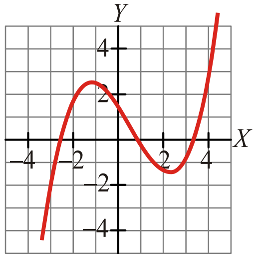


y=–f(x) (en azul)

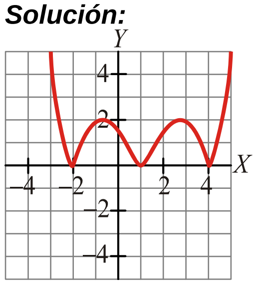
(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

Ejercicio nº 10.-

Sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la de la izquierda, representa la gráfica de $y = |f(x)|$.



Solución:



Ejercicio nº 11.-

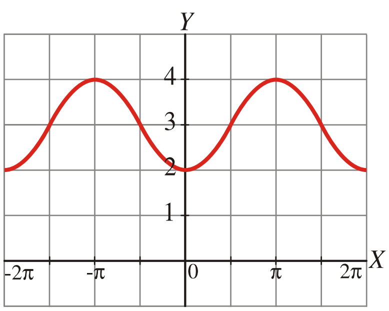
Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $y = |-x + 3|$. Haz la gráfica

Solución:

$$y = \begin{cases} -x+3 & \text{si} \quad x < 3 \\ x-3 & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 12.-

Considera la siguiente gráfica y responde:



a) ¿Cuál de estas es su expresión analítica?

$y = 3 - sen\, x$ $\qquad y = 3 - cos\, x$ $\qquad y = 3 + cos\, x$ $\qquad y = 3 + sen\, x$

b) ¿Cuál es su dominio de definición?
c) ¿Es una función continua?
d) ¿Es periódica? ¿Cuál es su periodo?
e) ¿Qué valores mínimo y máximo alcanza?

Solución:

a) $y = 3 - \cos x$
b) Dominio = **R**
c) Sí, es continua.
d) Es periódica de período 2π, pues la gráfica se repite cada 2π unidad.
e) Los valores de la función están entre 2 y 4.

Ejercicio nº 13.-**Representa gráficamente la siguiente función:**

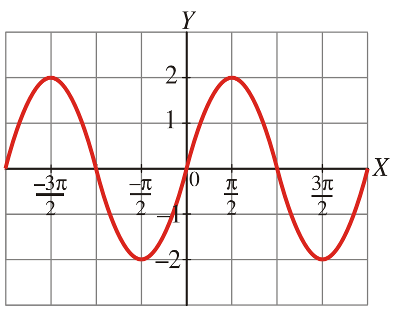
$$y = 2\,\text{sen}\,x$$

Solución:

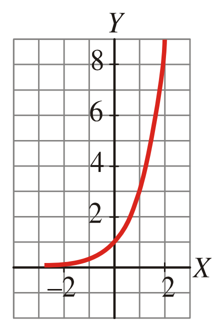
Hacemos una tabla de valores:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = 2\,\text{sen}\,x$	0	2	0	-2	0

Teniendo en cuenta que es periódica, la representamos:



Ejercicio nº 14.-**Observa la siguiente gráfica:**



a) Halla la expresión analítica de la función correspondiente.
b) Indica cuál es su dominio de definición y estudia la continuidad y el crecimiento de la función.

Solución:

a) Es una función exponencial que pasa por (0, 1), (1, 3), (2, 9)... Su expresión analítica es:

$$y = 3^x$$

b) • Dominio $=$ **R**
• Es una función continua.
• Es creciente.

Ejercicio nº 15.-**Dibuja la gráfica de la siguiente función:**

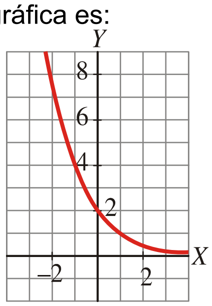
$$y = 2^{1-x}$$

Solución:

- La función está definida y es continua en **R**.
- Hacemos una tabla de valores:

x	–2	–1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	1/2	1/4

- La gráfica es:



<u>Ejercicio nº 16.-</u>

Una población que tenía inicialmente 300 individuos va creciendo a un ritmo del 12% cada año.
a) ¿Cuántos individuos habrá dentro de un año? ¿Y dentro de 3 años?
b) Halla la función que nos da el número de individuos según los años transcurridos.

Solución:

a) Dentro de un año habrá:

$$300 \cdot 1{,}12 = 336 \text{ individuos}$$

Dentro de tres años habrá:

$$300 \cdot 1{,}12^3 \approx 421 \text{ individuos}$$

b) Dentro de x años habrá y individuos, siendo:

$$y = 300 \cdot 1{,}12^x \quad (\text{tomando } y \text{ entero})$$

<u>Ejercicio nº 17.-</u>

Dadas las siguientes funciones: $f(x) = \dfrac{-3x+2}{4}$ **y** $g(x) = x^2 + 1$, **halla:**

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2+1] = \dfrac{-3(x^2+1)+2}{4} = \dfrac{-3x^2-3+2}{4} = \dfrac{-3x^2-1}{4}$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[x^2+1] = (x^2+1)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 + 1 = x^4 + 2x^2 + 2$

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

Sabiendo que:

$f(x) = 3x^2$ **y** $g(x) = \dfrac{1}{x+2}$

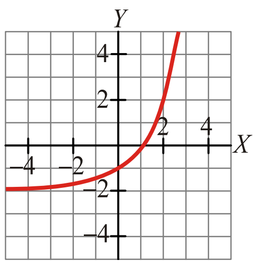
Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

$$p(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \qquad\qquad q(x) = \frac{1}{3x^2+2}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \qquad\qquad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio nº 19.- **Dada la gráfica de la función *y = f(x)*:**



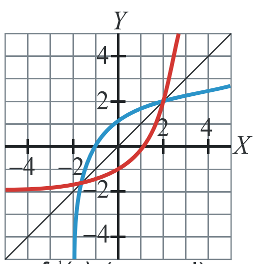
a) Calcula $f^{-1}(-1)$ **y** $f^{-1}(0)$.

b) Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, **a partir de la gráfica de** $f(x)$. ***Solución:***

a) $f^{-1}(-1) = 0$ porque $f(0) = -1$

$f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$

b)



y=f⁻¹(x) (en azul)

Ejercicio nº 20.-

Obtén la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2-3x}{4}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y:

$$x = \frac{2-3y}{4} \Rightarrow 4x = 2-3y \Rightarrow 3y = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$