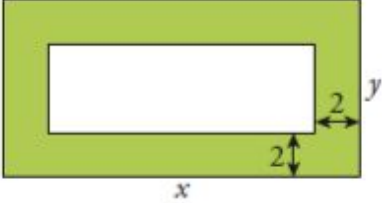


**PACS MATEMÁTICAS:
ECUACIONES 1º Y 2º GRADO. PROBLEMAS**

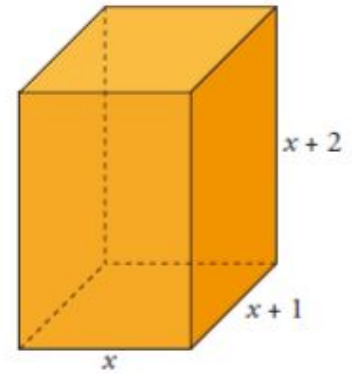
1	<p>■□□ Asocia a cada enunciado una de las expresiones algebraicas que aparecen debajo:</p> <p>a) El cuadrado de un número menos su doble. b) El 80% de un número. c) Un número impar. d) Los dos tercios de un número más cinco unidades.</p> $\frac{2}{3}x + 5; \quad x^2 - 2x; \quad 0,8x; \quad 2x + 1$ <p>a) El cuadrado de un número menos su doble $\rightarrow x^2 - 2x$ b) El 80% de un número $\rightarrow 0,8x$ c) Un número impar $\rightarrow 2x + 1$ d) Los $\frac{2}{3}$ de un número más 5 unidades $\rightarrow \frac{2}{3}x + 5$</p>
2	<p>■□□ Traduce a lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.</p> <p>a) La suma de los cuadrados de dos números. b) El cuadrado de la diferencia de dos números. c) La mitad del producto de dos números. d) La semisuma de dos números.</p> <p>a) La suma de los cuadrados de dos números: $x^2 + y^2$. b) El cuadrado de la diferencia de dos números: $(x - y)^2$. c) La mitad del producto de dos números: $\frac{x \cdot y}{2}$. d) La semisuma de dos números: $\frac{x + y}{2}$.</p>
3	<p>■□□ Expresa en lenguaje algebraico empleando una sola incógnita.</p> <p>a) El triple de un número menos dos. b) El producto de dos números consecutivos. c) El cuadrado de un número más su mitad. d) La suma de un número con otro diez unidades mayor.</p> <p>a) El triple de un número menos dos: $3x - 2$. b) El producto de dos números consecutivos: $x(x + 1)$. c) El cuadrado de un número más su mitad: $x^2 + \frac{x}{2}$. d) La suma de un número con otro diez unidades mayor: $x + (x + 10)$.</p>

4	<p>□□□ Si x e y son las edades actuales de dos hermanos, expresa los siguientes enunciados utilizando ambas incógnitas:</p> <p>a) La suma de las edades que tenían hace 5 años.</p> <p>b) El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años.</p> <p>c) La diferencia entre la edad del mayor y la mitad del menor.</p> <p>a) La suma de las edades que tenían hace 5 años:</p> $(x - 5) + (y - 5) = x + y - 10$ <p>b) El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años:</p> $(x + 6)(y + 6) = xy + 6x + 6y + 36$ <p>c) La diferencia entre la edad del mayor y la mitad del menor:</p> $x - \frac{y}{2} \text{ si la edad del mayor es } x$ $y - \frac{x}{2} \text{ si la edad del mayor es } y$
5	<p>□□□ Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada.</p> <div style="text-align: center;">  </div> $A = xy - (x - 4)(y - 4) = xy - (xy - 4x - 4y + 16) = 4x + 4y - 16$
6	<p>□□□ Expresa cada enunciado con una identidad:</p> <p>a) La raíz cuadrada del cociente de dos números es igual al cociente de las raíces cuadradas del dividendo y del divisor.</p> <p>b) La potencia del producto de dos números es igual al producto de las potencias de los factores.</p> <p>c) La hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos.</p> <p>d) El producto de un número por el siguiente es igual a ese número más su cuadrado.</p> <p>a) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$</p> <p>b) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$</p> <p>c) $a = \sqrt{b^2 + c^2}$</p> <p>d) $x(x + 1) = x^2 + x$</p>

- 7 Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números consecutivos.

$$\begin{aligned}\text{Área: } & 2[(x+1)(x+2) + x(x+1) + x(x+2)] = \\ & = 2(x^2 + 3x + 2 + x^2 + x + x^2 + 2x) = \\ & = 2(3x^2 + 6x + 2) = 6x^2 + 12x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Volumen: } & x(x+1)(x+2) = x(x^2 + 3x + 2) = \\ & = x^3 + 3x^2 + 2x\end{aligned}$$



- 8 Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución de cada una:

a) $3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1)$

b) $4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0$

c) $2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3)$

d) $4(2x - 7) - 3(3x + 1) = 2 - (7 - x)$

a) $3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1) \rightarrow 3x - 2x - 6 = x - 3x - 3 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$

Comprobación: $3 \cdot 1 - 2(1 + 3) = 1 - 3(1 + 1) \rightarrow -5 = -5$

b) $4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0 \rightarrow 4 + x - 4 + 4x + 10 + 5x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 10x = -10 \rightarrow x = -1$

Comprobación: $4 - 1 - 4(1 + 1) + 5(2 - 1) = 4 - 1 - 8 + 5 = 0$

c) $2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3) \rightarrow 2x + 7 - 2x + 2 = 3x + 9 \rightarrow 0 = 3x \rightarrow x = 0$

Comprobación: $2 \cdot 0 + 7 - 2(0 - 1) = 3 \cdot (0 + 3) \rightarrow 9 = 9$

d) $4(2x - 7) - 3(3x + 1) = 2 - (7 - x) \rightarrow 8x - 28 - 9x - 3 = 2 - 7 + x \rightarrow$

$\rightarrow -2x = 26 \rightarrow x = -13$

Comprobación: $4[2(-13) - 7] - 3[3(-13) + 1] = 2 - [7 - (-13)] \rightarrow$

$\rightarrow -132 + 114 = 2 - 20 \rightarrow -18 = -18$

9 ▣▣▣ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(2 - 3x) - 3(3 - 2x) = 4(x + 1) + 3(4 - 5x)$

b) $\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3} - 2$

c) $1 = \frac{x+3}{3} - \frac{x}{2}$

d) $\frac{3x+4}{5} = \frac{x+2}{2}$

e) $\frac{5x-16}{6} = -\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3}$

f) $\frac{2x-4}{3} = 3 - \frac{4+x}{2}$

a) $2(2 - 3x) - 3(3 - 2x) = 4(x + 1) + 3(4 - 5x)$

$$4 - 6x - 9 + 6x = 4x + 4 + 12 - 15x \rightarrow 11x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{11}$$

b) $\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3} - 2 \rightarrow 15\left(\frac{x-3}{5}\right) = 15\left(\frac{x+1}{3} - 2\right)$

$$3(x-3) = 5(x+1) - 30 \rightarrow 3x-9 = 5x+5-30 \rightarrow 16 = 2x \rightarrow x = 8$$

c) $1 = \frac{x+3}{3} - \frac{x}{2} \rightarrow 6 \cdot 1 = 6\left(\frac{x+3}{3} - \frac{x}{2}\right) \rightarrow 6 = 2(x+3) - 3x \rightarrow$

$$\rightarrow 6 = 2x + 6 - 3x \rightarrow x = 0$$

d) $\frac{3x-4}{5} = \frac{x+2}{2} \rightarrow 2(3x-4) = 5(x+2) \rightarrow 6x-8 = 5x+10 \rightarrow x = 18$

e) $\frac{5x-16}{6} = -\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3} \rightarrow 12\left(\frac{5x-16}{6}\right) = 12\left(-\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3}\right) \rightarrow$

$$\rightarrow 2(5x-16) = -(x+8) + 4(x+1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 10x-32 = -x-8+4x+4 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 4$$

f) $\frac{2x-4}{3} = 3 - \frac{4+x}{2} \rightarrow 6\left(\frac{2x-4}{3}\right) = 6\left(3 - \frac{4+x}{2}\right) \rightarrow$

$$\rightarrow 2(2x-4) = 18 - 3(4+x) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x-8 = 18-12-3x \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$$

10 ▣▣▣ Resuelve.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

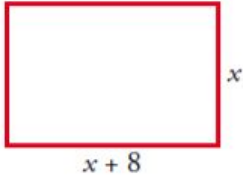
e) $4x^2 + 28x + 49 = 0$

f) $x^2 - 2x + 3 = 0$

a) $x^2 + 4x - 21 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 21 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 20}}{2} = \frac{-9 \pm 1}{2} \begin{cases} x = -4 \\ x = -5 \end{cases}$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{18} = \frac{12 \pm 0}{18} = \frac{2}{3}$

	<p>d) $x^2 + x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.</p> <p>e) $4x^2 + 28x + 49 = 0 \rightarrow x = \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 4 \cdot 4 \cdot 49}}{8} = \frac{-28 \pm 0}{8} = -\frac{7}{2}$</p> <p>f) $x^2 - 2x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.</p>
11	<p>▣▣▣ La suma de tres números naturales consecutivos es igual al quintuple del menor menos 11. ¿Cuáles son esos números?</p> <p>Llamemos x, $x + 1$, $x + 2$ a los números. Así:</p> $x + x + 1 + x + 2 = 5x - 11 \rightarrow 14 = 2x \rightarrow x = 7$ <p>Los números son 7, 8 y 9.</p>
12	<p>▣▣▣ Calcula un número tal que sumándole su mitad se obtiene lo mismo que restando 6 a los $\frac{9}{5}$ de ese número.</p> $x + \frac{x}{2} = \frac{9}{5}x - 6 \rightarrow 10\left(x + \frac{x}{2}\right) = 10\left(\frac{9}{5}x - 6\right) \rightarrow$ $\rightarrow 10x + 5x = 18x - 60 \rightarrow 60 = 3x \rightarrow x = 20$ <p>El número es 20.</p>
13	<p>▣▣▣ Calcula las longitudes de los lados de un rectángulo de perímetro 82 cm y cuya base mide 8 cm más que la altura.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $2(x + x + 8) = 82 \rightarrow 2x + 8 = 41 \rightarrow$ $\rightarrow 2x = 33 \rightarrow x = 16,5$ </div> </div> <p>La base mide 24,5 cm, y la altura, 16,5 cm.</p>
14	<p>▣▣▣ He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?</p> <p>Precio del bolígrafo, x; cuaderno, $2x$; carpeta, $5 \cdot 2x$.</p> $x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = 1,1$ <p>El bolígrafo cuesta 1,1 €; el cuaderno, 2,2 €, y la carpeta, 11 €.</p>
15	<p>▣▣▣ Luis y Miguel han comprado dos videojuegos que tenían el mismo precio, pero han conseguido una rebaja del 16% y del 19%, respectivamente. Si Luis pagó 1,26 € más que Miguel, ¿cuál era el precio que tenía el videojuego?</p> <p>Luis pagó $0,84x$ y Miguel pagó $0,81x$.</p> $0,84x = 0,81x + 1,26 \rightarrow 0,03x = 1,26 \rightarrow x = 42$ <p>El precio del videojuego era 42 €.</p>

16	<p>□□□ Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?</p> <p>x son los años que tienen que pasar.</p> $(9 + x) + (11 + x) = 43 + x \rightarrow 20 + 2x = 43 + x \rightarrow x = 23$ <p>Han de transcurrir 23 años.</p>
17	<p>□□□ Si al cuadrado de un número le restamos su triple, obtenemos 130. ¿Cuál es el número?</p> <p>x es el número buscado.</p> $x^2 - 3x = 130 \rightarrow x^2 - 3x - 130 = 0$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 130}}{2} = \frac{3 \pm 23}{2} \begin{cases} x = 13 \\ x = -10 \end{cases}$ <p>El número puede ser 13 o -10. Hay dos soluciones.</p>
18	<p>□□□ Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quintuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata?</p> <p>x es el número que buscamos.</p> $x(x + 1) - 31 = 5(x + x + 1) \rightarrow x^2 + x - 31 = 10x + 5 \rightarrow$ $\rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0 \rightarrow$ $\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \end{cases}$ <p>El número puede ser 12, o bien, -3. Hay dos soluciones.</p>
19	<p>□□□ Si un número aumenta un 30%, resulta 189 unidades mayor que si disminuye un 15%. ¿Cuál es ese número?</p> <p>x es el número.</p> $1,3x - 189 = 0,85x \rightarrow 0,45x = 189 \rightarrow x = 420$ <p>420 es el número buscado.</p>
20	<p>□□□ Con 3,5 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?</p> <p>x es el dinero que tengo.</p> $x + 3,5 = 2x - 7,25 \rightarrow 3,5 + 7,25 = x \rightarrow$ $\rightarrow x = 10,75 \text{ € es el dinero que tengo.}$

21	<p>▣▣▣ Tres amigos trabajan 20, 30 y 50 días en un negocio. Al cabo de tres meses, se reparten los beneficios correspondiendo al tercero 300 € más que al segundo. ¿Cuál fue la cantidad repartida?</p> <p>👁 Si x son los beneficios, al primero le corresponde $\frac{x}{100} \cdot 20$.</p> <p>x son los beneficios. $20 + 30 + 50 = 100$ días de trabajo. Las partes que corresponden a cada uno son: $\frac{x}{100} \cdot 20$; $\frac{x}{100} \cdot 30$ y $\frac{x}{100} \cdot 50$</p> $\frac{x}{100} \cdot 30 + 300 = \frac{x}{100} \cdot 50 \rightarrow \frac{3x}{10} + 300 = \frac{5x}{10} \rightarrow 300 = \frac{2x}{10} \rightarrow$ $\rightarrow x = 1\,500 \text{ € es la cantidad repartida.}$
22	<p>▣▣▣ Tres amigos trabajan 20, 30 y 50 días en un negocio. Al cabo de tres meses, se reparten los beneficios correspondiendo al tercero 300 € más que al segundo. ¿Cuál fue la cantidad repartida?</p> <p>👁 Si x son los beneficios, al primero le corresponde $\frac{x}{100} \cdot 20$.</p> <p>x son los beneficios. $20 + 30 + 50 = 100$ días de trabajo. Las partes que corresponden a cada uno son: $\frac{x}{100} \cdot 20$; $\frac{x}{100} \cdot 30$ y $\frac{x}{100} \cdot 50$</p> $\frac{x}{100} \cdot 30 + 300 = \frac{x}{100} \cdot 50 \rightarrow \frac{3x}{10} + 300 = \frac{5x}{10} \rightarrow 300 = \frac{2x}{10} \rightarrow$ $\rightarrow x = 1\,500 \text{ € es la cantidad repartida.}$
23	<p>▣▣▣ Del dinero de una cuenta bancaria retiramos $\frac{1}{7}$; ingresamos después $\frac{2}{15}$ de lo que quedó y aún faltan 12 € para tener la cantidad inicial. ¿Cuánto dinero había en la cuenta?</p> <p>x es el dinero de la cuenta.</p> $\left. \begin{array}{l} \text{Retiramos } \frac{1}{7}x \rightarrow \text{quedan } \frac{6}{7}x \\ \text{Ingresamos } \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{7}x = \frac{4}{35}x \end{array} \right\} \frac{6}{7}x + \frac{4}{35}x + 12 = x \rightarrow \frac{34}{35}x + 12 = x \rightarrow$ $\rightarrow 12 = \frac{1}{35}x \rightarrow x = 420 \text{ € había en la cuenta.}$

24	<p>□□□ Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?</p> <p>x son los años que tienen que pasar.</p> $(9 + x) + (11 + x) = 43 + x \rightarrow 20 + 2x = 43 + x \rightarrow x = 23$ <p>Han de transcurrir 23 años.</p>																		
25	<p>□□□ Calcula cuántos litros de aceite de orujo de 1,6 €/l tenemos que añadir a un bidón que contiene 60 l de aceite de oliva de 2,8 €/l para obtener una mezcla de 2,5 €/l.</p> <p>x son los litros de aceite de orujo.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th style="text-align: center;"><u>CANTIDAD</u></th> <th style="text-align: center;"><u>PRECIO</u></th> <th style="text-align: center;"><u>COSTE</u></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ORUJO</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">1,6</td> <td style="text-align: center;">$1,6x$</td> <td rowspan="3" style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> </tr> <tr> <td>OLIVA</td> <td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">2,8</td> <td style="text-align: center;">$2,8 \cdot 60$</td> </tr> <tr> <td>MEZCLA</td> <td style="text-align: center;">$x + 60$</td> <td style="text-align: center;">2,5</td> <td style="text-align: center;">$2,5(x + 60)$</td> </tr> </tbody> </table> $\left. \begin{array}{l} 1,6x + 168 = 2,5x + 150 \rightarrow \\ \rightarrow 18 = 0,9x \rightarrow x = 20 \text{ l} \end{array} \right\}$ <p>Tenemos que añadir 20 litros.</p>		<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>		ORUJO	x	1,6	$1,6x$	}	OLIVA	60	2,8	$2,8 \cdot 60$	MEZCLA	$x + 60$	2,5	$2,5(x + 60)$
	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>																
ORUJO	x	1,6	$1,6x$	}															
OLIVA	60	2,8	$2,8 \cdot 60$																
MEZCLA	$x + 60$	2,5	$2,5(x + 60)$																
26	<p>□□□ Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la pintura barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio del kilo de cada clase de pintura?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th style="text-align: center;"><u>CANTIDAD</u></th> <th style="text-align: center;"><u>PRECIO</u></th> <th style="text-align: center;"><u>COSTE</u></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>PINTURA I</td> <td style="text-align: center;">30</td> <td style="text-align: center;">$2x$</td> <td style="text-align: center;">$60x$</td> <td rowspan="3" style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> </tr> <tr> <td>PINTURA II</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$50x$</td> </tr> <tr> <td>MEZCLA</td> <td style="text-align: center;">80</td> <td style="text-align: center;">3,30</td> <td style="text-align: center;">$80 \cdot 3,3$</td> </tr> </tbody> </table> $\left. \begin{array}{l} 60x + 50x = 264 \rightarrow \\ \rightarrow 110x = 264 \rightarrow \\ \rightarrow x = 2,4 \text{ €/kg} \end{array} \right\}$ <p>La pintura cara vale 4,8 €/kg, y la pintura barata, 2,4 €/kg.</p>		<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>		PINTURA I	30	$2x$	$60x$	}	PINTURA II	50	x	$50x$	MEZCLA	80	3,30	$80 \cdot 3,3$
	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>																
PINTURA I	30	$2x$	$60x$	}															
PINTURA II	50	x	$50x$																
MEZCLA	80	3,30	$80 \cdot 3,3$																
27	<p>□□□ Una marca de café se elabora con un 30% de café colombiano de 18 €/kg, y el resto, con otro tipo de café. La mezcla resulta a 14,15 €/kg. ¿Cuál es el precio del café más barato?</p> <p>Para obtener 1 kg de mezcla, ponemos 0,3 kg de café colombiano y 0,7 kg del otro café.</p> $0,3 \cdot 18 + 0,7x = 1 \cdot 14,15 \rightarrow 0,7x = 8,75 \rightarrow x = 12,5 \text{ €/kg}$ <p>El precio del café barato es 12,5 €/kg.</p>																		