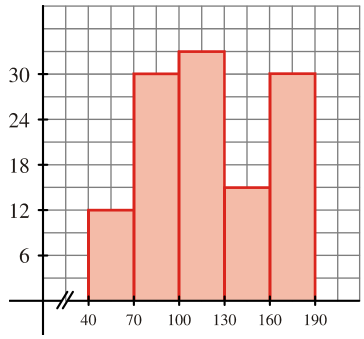
DISTRIBUCIONES PROBABILIDAD. VARIABLE CONTINUA

Ejercicio nº 1.-

El número de empleados de 120 empresas de una región viene representado en la siguiente gráfica:



Calcula la probabilidad de que, al elegir una empresa al azar entre esas 120, tenga:

a) Más de 130 trabajadores.
b) Entre 100 y 140 trabajadores.

Solución:

- El área total bajo la curva la hallamos sumando el área de cada rectángulo:

$$30 \cdot 12 + 30 \cdot 30 + 30 \cdot 33 + 30 \cdot 15 + 30 \cdot 30 =$$
$$= 360 + 900 + 990 + 450 + 900 = 3600$$

a) El área de los dos últimos rectángulos es:

$$450 + 900 = 1350$$

Por tanto:

$$p[x > 130] = \frac{1350}{3600} = 0{,}375$$

b) Entre 100 y 140 el área es:

$$30 \cdot 33 + 10 \cdot 15 = 990 + 150 = 1140$$

Por tanto:

$$p[100 < x < 140] = \frac{1140}{3600} = 0{,}317$$

Ejercicio nº 2.-

La vida activa (en meses) de un cierto fármaco sigue una distribución *N*(40; 1,5). Calcula, sin utilizar la tabla de la *N*(0, 1), la probabilidad de que la vida activa del fármaco:

a) Sea menor de 40 meses.
b) Esté entre 38,5 y 41,5 meses.
c) Esté entre 37 y 43 meses.

Solución:

- Sabemos que si x sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$, entonces :

$$p[x < \mu] = 0{,}5; \quad p[\mu - \sigma < x < \mu + \sigma] = 0{,}6826$$
$$p[\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma] = 0{,}9544$$

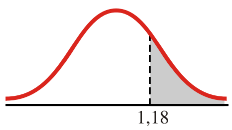
a) $p[x < 40] = p[x < \mu] = 0{,}5$
b) $p[38{,}5 < x < 41{,}5] = p[\mu - \sigma < x < \mu + \sigma] = 0{,}6826$
c) $p[37 < x < 43] = p[\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma] = 0{,}9544$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>
En una distribución *N*(0, 1), calcula:

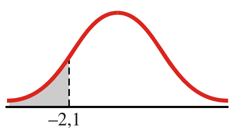
a) $\boldsymbol{p[z > 1{,}18]}$
b) $\boldsymbol{p[z < -2{,}1]}$
c) $\boldsymbol{p[-0{,}71 < z < 1{,}23]}$

Solución:

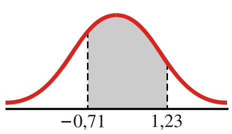
a) $p[z > 1{,}18] = 1 - p[z < 1{,}18] = 1 - 0{,}8810 = 0{,}1190$



b) $p[z < -2{,}1] = p[z > 2{,}1] = 1 - p[z - 2{,}1] = 1 - 0{,}9821 = 0{,}0179$



c) $p[-0{,}71 < z < 1{,}23] = p[z < 1{,}23] - p[z < -0{,}71] = p[z < 1{,}23] - p[z > 0{,}71] =$
$= p[z < 1{,}23] - (1 - p[z \le 0{,}71]) = 0{,}8907 - (1 - 0{,}7612) = 0{,}6519$



<u>Ejercicio nº 4.-</u>
El tiempo empleado, en horas, en hacer un determinado producto sigue una distribución *N*(10, 2). Calcula la probabilidad de que ese producto se tarde en hacer:

a) Menos de 7 horas.
b) Entre 8 y 13 horas.

Solución:

a) $p[x < 7] = p\left[\frac{x - 10}{2} < \frac{7 - 10}{2}\right] = p[z < -1{,}5] =$
$= p[z > 1{,}5] = 1 - p[z \le 1{,}5] = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$

b) $p[8 < x < 13] = p\left[\frac{8 - 10}{2} < \frac{x - 10}{2} < \frac{13 - 10}{2}\right] = p[-1 < z < 1{,}5] =$
$= p[z < 1{,}5] - p[z < -1] = p[z < 1{,}5] - p[z > 1] =$
$= p[z < 1{,}5] - (1 - p[z \le 1]) = 0{,}9332 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}7745$

Ejercicio nº 5.-

En una distribución *N*(0, 1), halla el valor de *k* en cada caso:

a) $p[z < k] = 0{,}9969$

b) $p[-k < z < k] = 0{,}985$

Solución:

a) $\varphi(2{,}74) = 0{,}9969 \quad \rightarrow \quad k = 2{,}74$

b) $p[-k < z < k] = 2(p[z < k] - 0{,}5) = 2(\varphi(k) - 0{,}5) = 0{,}985$

$$\varphi(k) - 0{,}5 = \frac{0{,}985}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi(k) = 0{,}9925 \quad \rightarrow \quad k = 2{,}43$$

Ejercicio nº 6.-

En una urna hay 3 bolas rojas, 2 blancas y 5 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 50 veces, ¿cuál es la probabilidad de sacar roja en más de 20 ocasiones?

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de bolas rojas", entonces x es una binomial con $n = 50, \quad p = \frac{3}{10} = 0{,}3,$ en la que tenemos que calcular $p[x > 20]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 50 \cdot 0{,}3 = 15;$ su desviación típica es $\sqrt{npq} = 3{,}24.$

x es $B(50;\ 0{,}3) \rightarrow x'$ es $N(15;\ 3{,}24) \rightarrow z$ es $N(0,\ 1)$

$$p[x > 20] = p[x' \geq 20{,}5] = p\left[z \geq \frac{20{,}5 - 15}{3{,}24}\right] = p[z \geq 1{,}70] =$$

$$= 1 - p[z < 1{,}70] = 1 - 0{,}9554 = 0{,}0446 \quad \rightarrow \quad p[x > 20] = 0{,}0446$$